

DELLA
NVOVA GEOMETRIA
DI FRANC. PATRICI
LIBRI XV.

*Nè quali con mirabile ordine, e con dimo-
strazioni à marauiglia più facili, e più forti del
le usate si vede che le Matematiche
per via Regia, e più piana che da
gli antichi fatto nõ si è, si
possono trattare.*

AL SERENISSIMO CARLO EMANUELE
DVCA DI SAVOIA &c.



IN FERRARA,
Per Vittorio Baldini Stampator Ducale. 1587.

AL SERENISS. CARLO
EMANVELE
DVCA DI SAVOIA &c.



VLIDE Principe degli antichi Geometri, dimandato da Tolomeo Lago, vno de capitani già d'Alessandro il Magno, e Re di Egitto, appo il quale egli viuea in grande onore; se nella Geometria ui fosse alcuna Regia uia? Rispose ch'ella nō u'era. Fu la dimanda di quel Re, per mio parere accorta molto. Volédo egli sotto'ntendere, che ad huō guerriere, qual egli era, e nello stabilimento del suo nuouo Regno, molto occupato, e da molti e graui affari distenuto, troppo malageuole era la uia, da quel grande huomo usata in insegnare i suoi Geometrici Elementi: additando che piu grata gli sarebbe stata, se altra uia piu facile si trouasse. E fu gran cosa ch'Euclide, così ri-

spondesse, che niun'altra si credesse poterfi piu ageuole ritrouare. Ma fu cosa maggiore, che di uolgatafi, per istoria e la dimanda, e la risposta, i Geometri grandi che uennero poi, non cercassero uia piu piana, a dimostrare le loro molte, e grandi, e quasi diuine inuentioni, Ipsicle, Eratostene, Apollonio, Pappo, Erone, e Tolomeo & altri assai. E Proclo, che fu l'ultimo de grandi forte ammirando, e la raccolta fatta da Euclide de trouati de piu antichi, e l'ordine in ch'ei gli pose, e i modi del dimostrare, fa manifesto, ch'egli la medesima opinione hauesse che niuna Regia uia, ui fosse. In questa credenza stessa, perseverarono gli vltimi Matematici Cusano, Campano, Monteregio, e Copernico e gli altri che dietro loro uennero. La quale malageuole e pplessa uia ha cosi spauetato gli animi de gl'huomini, che a lettere si dāno, che pochissimi sono, a quali basti il cuore di porsi a questa scienza, nobilissima per se, e gioueuolissima, e che tocca del soprahumano. Et è per la detta sola cagione da temere grandemente, ch'ella per l'auenire del tutto s'abbandoni. Con la perdita della quale grandissima perdita douerà aspettarfi che habbia a seguire, alle umane cose,
& alla

& alla uita vtili, e necessarie. Alla qual ruina, grā de scudo fa al presente, la protezione che l'Al. V. Serenissima col proprio studio suo, che di essa ha preso, e col fauore, ch'ella ad huomini di essa scienziati tuttauia porge: e piu il fara s'ella mostreà di fauorire, questa nuoua da me trouata ueramente Regia uia, da quel Re tanto bramata. La quale, inuitato dal grido vniuersale delle Eroiche virtu sue, mi mouo a mādarle e a dedicarle in libri XV. fin ad ora per me spiegata. E la quale, si come è del tutto nuoua, e da niuno antico ne moderno, che si sappia, nō tetata: cosi è ageuole, e piana, e per l'ordine vniuersale, e per la cateria delle particolari proposizioni, e per la facilità delle dimostrazioni, e forza loro, inserteuile le cagioni euidenti delle conclusioni, e per la copia delle nuoue contemplazioni, cosi ricca, ch'ogn'altra, rispetto a lei, pouera, anzi che nō habbia a restarsi. Per le quali sue condizioni, leuato lo spauento delle antiche difficultà, egli è s'io non mi inganno, da sperare, che gli studiosi di qui innanzi, habbiano da impiegarsi uolontieri. E di tutto il frutto che ne prenderanno, habbia il mondo a restare obligato, alla memoria immortale dell'Altezza
Vo-

Vostra : poi che sì grande, e sì nobile fatica,
non richiedea ad altro Principe essere dedicata
ch'all' Alt. V. Serenissima, Principe non mi-
nore di quel Re, e Principe così amato e così ca-
ro a Filippo Re di Spagna, Re di imperio mag-
giore, che non fu Alessandro il grande, Re di
quel Re, e di lettere, e d'ogni valore non meno
amatore, e premiatore di quei due Re, per ciò
in cotante istorie celebratissimi. Gradisca dun-
que l'A. V. questo dono, conforme all' altezza
dell'animo suo, e delle Reali e Imperiali gran-
dezze, & Eroiche virtù sue. Il quale se sentirò,
che grato le sia stato, farò, che e di questo met-
tendolo a luce, à lei habbia il mondo, e la poste-
rità tutta obligo immortale. e di quanto die-
tro a questo manca, a me aggiungerà animo
di condurre a fine a gloria sua. E fra tanto con
molto affetto e riverenza, le bacio la mano.

Di Ferrara alli X. Nouembre. M D LXXXVI.

D. V. A. Serenissima

Diotissimo Seruitore

Francesco Patrici.

INDICE DE' LIBRI.

<i>Del punto</i>	<i>Lib. I. Pro. D. 19</i>
<i>Di due, o piu punti nello spazio riguardantisi</i>	
<i>Lib. II. P. D. 11.</i>	
<i>Di due, o piu punti nello spazio non toccantisi</i>	
<i>Lib. III. P. D. 32</i>	
<i>Della linea retta</i>	<i>Lib. IIII. P. D. 25</i>
<i>Delle rette linee, non toccantisi, e rispetto hauentisi</i>	
<i>Lib. V. P. D. 8</i>	
<i>Delle rette linee parallele</i>	<i>Lib. VI. P. D. 8</i>
<i>Delle rette linee inclinate</i>	<i>Lib. VII. 12</i>
<i>Delle rette linee diseguate</i>	<i>Lib. VIII. 6</i>
<i>Delle rette linee toccantisi</i>	<i>Lib. IX. 12</i>
<i>Dell'angolo rettilineo</i>	<i>Lib. X. 22</i>
<i>Delle rette linee cadenti, e sussesse</i>	<i>Lib. XI. 14</i>
<i>Delle rette linee interfecantisi</i>	<i>Lib. XII. 18</i>
<i>D'una retta linea, due rette linee parallele interfecante</i>	
<i>Lib. XIII. 16</i>	
<i>D'una retta linea, due rette linee, inclinate interfecate.</i>	
<i>Lib. XIV. 12</i>	
<i>De' triangoli Rettilinei</i>	<i>Lib. XV. 23</i>



GEOMETRIA DI FRANCESCO PATRICI.



DEL PUNTO LIB. I.



HINQUE de gli antichi
disse, del punto non essere
Scienza, lunge fu dal ve-
ro; Perche se Scienza è
quel sapere, che o per dif-
finizione della essenza,
o per dimostrazione delle proprietà es-
sentiali s'acquista; e per deduzione de' gli ef-
fetti dalle lor cagioni, in tutti e tre i modi
Scienza vi è del punto.

A La

2 DELLA GEOMETRIA

La prima delle tre maniere mostrò Euclide, quando disse.

Il punto è quello, che non ha parti. E parue à lui che bastasse di così diffinirlo, e superarlo. Ma noi per altra via procedendo; e questa stessa proprietà del non hauer parti, e altre affai, del punto dimostreremo. Supponendo prima, alcune cose, che ne' nostri libri dello spazio habbiamo dimostrato.

SUPPOSIZIONI.

- I. Le Matematiche tutte, e principali, e subalterne, ne si astraggono dalle cose naturali, ne sono nella fantasia, ne nella Dianea, ma lo spazio è generale lor subietto.
- II. La Geometria considera, il punto, la linea, l'angolo, la superficie, e il corpo. e questo è il lor ordine naturale.
- III. Lo spazio è estensione, e la estensione è spazio.
- IV. Ogni spazio è, ò minimo, ò massimo,

o me-

IL LIBRO PRIM.O.

3

ò medio, ouer mezano.

V. Ogni spazio è, ò lungo; ò lungo, e largo; ò lungo, largo, e profondo.

DIFFINIZIONI.

- I. Il minimo spazio è quello, di cui minore spazio non ha.
- II. Il massimo spazio è quello, di cui maggiore spazio non ha.
- III. Il medio spazio è quello, di cui, e minore, e maggiore, e uguale spazio ha.
- IV. Il punto è il minimo nello spazio.
- V. La linea è spazio lungo, ouer lunghezza.
- VI. L'angolo è spazio lungo, e largo aperto.
- VII. La superficie è spazio lungo e largo chiuso.
- VIII. Il corpo è spazio, lungo, largo, e profondo.

ASSIOMI.

- I. Primo è quello, che precede ogn' altro nel suo ordine.
- II. Tutto è quello, che ha parti.

A 2 Ogni

4 DELLA GEOMETRIA

III Ogni tutto in parti si divide.

IV Ogni parte è minor del tutto.

V. Ogni quanto si può dividere, ouero è diuisibile.

VI. Ogni diuisibile, in minori è diuisibile.

PROPOSIZIONE. I.

Il punto, perche è minimo nello spazio, è anche nello spazio il primo.

DEMOSTRAZIONE.

Perche se il punto, che nello spazio è il minimo, nello spazio non fosse il primo, auanti al minimo, altro minore del minimo sarebbe.

Ma del punto, che minimo è, non ha cosa minore.

Adunque il pñto, perche minimo è nello spazio, è anche nello spazio il primo.

PROPOS. II.

Il punto, perche nello spazio è il primo, è anche semplice.

DE-

LIBRO PRIMO.

DEMOSTR.

Perche se il punto non fosse semplice, saria composto di cose precedenti.

Ma dimostrato s'è per la precedente, che il punto è il primo.

Adunque il punto, perche è primo, è anche semplice.

PROPOS. III. (le.

Il pñto, perche è semplice, è anche indiuisibile

DEMOSTR.

Perche se il punto non fosse indiuisibile, saria diuisibile ne' suoi componenti; e perciò saria composto, e non semplice.

Ma dimostrato s'è, per la precedente, che il punto è semplice.

Adunque il punto, perche è semplice, è anche indiuisibile.

PROPOS. IV.

Il punto, perche è indiuisibile, non è tutto.

DEMOSTR.

Perche se il punto fosse tutto, nelle sue parti saria diuisibile.

Ma

6 DELLA GEOMETRIA

Ma dimostrato s'è per la precedente, che il punto è indivisibile.

Adunque il punto, perche è indivisibile non è tutto.

PROPOS. V.

Il punto, perche non è tutto, non ha parti.

DEMOSTR.

Perche se il punto hauesse parti, sarebbe anche tutto.

Ma dimostrato si è per la precedente, che il punto non è tutto,

Adunque il punto, perche non è tutto non ha parti.

E così viene, non supposta, ma pronata la diffinizion del punto data, e supposta da Euclide.

PROPOS. VI.

Il punto perche non ha parti, non è partibile.

DEMOSTR.

Perche se il punto fosse partibile, haurebbe parti.

Ma

LIBRO PRIMO.

7

Ma dimostrato s'è per la precedente, che il punto non ha parti.

Adunque il punto, perche non ha parti non è partibile.

PROPOS. VII.

Il punto perche non è partibile, non è diuisibile.

DEMOSTR.

Perche se il punto fosse diuisibile, sarebbe anche partibile.

Ma dimostrato si è che il punto non è partibile.

Adunque il punto, perche non è partibile, non è ne anche diuisibile.

PROPOS. VIII.

Il punto, perche non è diuisibile, non è quanto.

DEMOSTR.

Perche se il punto fosse quanto, saria anche diuisibile.

Ma dimostrato si è, che il punto non è diuisibile.

Adun-

DELLA GEOMETRIA

Adunque il punto, perche non è diuisibile, non è quanto.

PROPOS. IX.

Il punto, perche quanto non è, non si fa minore.

DEMOSTR.

Perche, se il punto minore si facesse, farebbe quanto.

Ma dimostrato s'è per la precedente, che il punto non è quanto.

Adunque il punto, perche non è quanto, non si fa minore.

PROPOS. X.

Il punto, perche non si fa minore, ne anche si fa maggiore.

DEMOSTR.

Perche, se il punto maggiore si facesse, anche minore si farebbe.

Ma dimostrato si è per la precedente, che il punto non si fa minore.

Adunque il punto, perche minore non si fa, ne anche si fa maggiore.

PRO-

LIBRO PRIMO.

PROPOS. XI.

Il punto, perche ne minore, ne maggiore si fa, ne anche si fa uguale.

DEMOSTR.

Perche, se il punto uguale si facesse, e minore, e maggiore si farebbe.

Ma dimostrato per le due precedenti si è, che il punto ne minore, ne maggior si fa.

Adunque il punto, perche ne minore ne maggior si fa, ne anche si fa uguale.

PROPOS. XII.

Il punto, perche ne minore, ne maggiore, ne uguale si fa, non si potrà paragonar' a cosa, che minore, e maggiore, e uguale si possa fare.

DEMOSTR.

Perche se il punto, potesse paragonarsi a cosa, che minore e maggiore, e uguale potesse farsi, anch'egli o minore, o maggiore, o uguale a quella diuerrebbe.

Ma dimostrato si è per le tre precedenti, che il punto, ne uguale, ne maggiore, ne

B minore

minore far si può.

Adunque il puto, perche ne minore, ne maggiore, ne uguale si fa, non si potrà paragonar' à cosa, che minore, ò maggiore, ò uguale possa farsi.

PROPOS. XIII.

Il punto, perche non si può paragonar à cosa, che minore, e maggiore, e uguale possa farsi; non verrà in paragone ne di linea, ne di angolo, ne di superficie, ne di corpo.

DEMOSTR.

Perche, se il punto, con linea, o con angolo, o con superficie, o con corpo, venisse in paragone, verrebbe in paragon di cose, che minori, e maggiori, e uguali si posson fare.

Ma dimostrato s'è per la precedente, che il punto non può venir in paragon di cosa, che minore, e maggiore, e uguale possa farsi.

Adunque il punto, perche non si può paragonare à cosa, che minore, ò maggiore, ò
ugua-

uguale possa farsi: non verrà in paragone, ne di linea, ne di angolo, ne di superficie, ne di corpo.

PROPOS. XIII.

Il punto, perche ne con linea, ne con altra magnitudine seguente non vien in paragone, ne anche cō loro è cōmesurabile

DEMOSTR. (le

Perche, se il punto, con linea, o con altra seguente magnitudine fosse commesurabile con loro anche verrebbe in paragone.

Ma dimostrato si è per la precedente, che il punto, ne con linea, ne con altra magnitudine seguente vien in paragone.

Adunque il punto, perche, ne con linea, ne con altra magnitudine seguente non vien in paragone, ne anche con loro è commesurabile.

PROPOS. XV.

Il punto, perche ne con linea, ne con altra magnitudine seguente, non è commesurabile, non può essere lor misura.

D E M O S T R.

Perche, se il punto, potesse essere lor misura, verrebbe con loro ad esser commesurabile. Ma dimostrato s'è per la antecedente, che con loro non è commesurabile.

Adunque il punto, perche, ne con linea, ne cō altra magnitudine seguente, non si misura, non potrà essere lor misura.

P R O P O S. XVI.

Il punto, perche nè di linea, nè d'altra magnitudine seguente, può essere misura, ne anche da loro può essere misurato.

D E M O S T R.

Perche, se il punto, potesse essere da linea, o da altra magnitudine misurato, potrebbe anche essere lor misura.

Ma dimostrato per la precedente si è, che il punto non può essere lor misura.

Adunque il punto, perche, ne di linea, ne di altra magnitudine seguente non può essere misura, ne anche può da loro essere misurato.

R I-

RISOLUZIONE VERSO

I PRINCIPII.

Il punto, non è d'alcuna magnitudine misurato.

E ciò, perche di niuna magnitudine è misura.

E ciò, perche con niuna magnitudine è commesurabile.

E ciò, perche con niuna magnitudine viene in paragone.

E ciò, perche con niuna cosa, che si possa far vguale, si paragona.

E ciò, perche a lei non si può far vguale.

E ciò, perche non si può far maggiore.

E ciò, perche non si può far minore.

E ciò, perche non è quanto.

E ciò, perche non è diuisibile.

E ciò, perche non è partibile.

E ciò, perche non ha parti.

E ciò, perche non è tutto.

E ciò, perche è indiuisibile.

E ciò, perche è semplice.

E ciò

14 DELLA GEOMETRIA

E ciò, perche è primo nello spazio.

E ciò, perche è minimo nello spazio.

Il che fu la diffinizione dell'essenza sua.

E queste tante sono le dimostrazioni delle proprietà, o passioni del punto in quanto nella sua diffinizione si disse, ch'egli è Minimo.

Seguono quelle, che gli conuengono, in quanto nella sua diffinizione si disse ch'egli era Nello Spazio.

PROPOS. XVII.

Il punto, perche è nello spazio, ha sito.

DEMOSTR.

Perche, se il punto sito non hauesse, in ispar-
zio non sarebbe.

Ma nella diffinizione della sua essenza detto fu, ch'egli nello spazio è.

Adunque il punto, perche nello spazio è, ha sito.

PROPOS. XVIII.

Il punto, perche sito ha, anche ha positura
ne, o positura nello spazio.

DE-

LIBRO PRIMO.

DEMOSTR.

Perche, se il punto positura non hauesse, ne
anche sito non haurebbe.

Ma dimostrato si è per la precedente, che il
punto ha sito.

Adunque il punto, perche sito ha, anche ha
positura.

PROPOS. XIX.

Il punto, perche positura ha, haurà anche
riguardo ad altri vno, o piu, e punti, e
linee, ed angoli, e superficie, e corpi, che
che nello spazio sono.

DEMOSTR.

Perche, se il punto, ad vno, o piu altri punti
o linee, o angoli, o superficie, o corpi ri-
guardo non hauesse positura nello spazio
non haurebbe.

Ma per l'antecedente dimostrato si è, che il
punto nello spazio ha positura.

Adunque il punto, perche nello spazio ha po-
situra, riguardo haurà ad vno, o piu altri
punti, o linee, o angoli, o superficie, o corpi,
che nello spazio sono.

Il punto, riguardo ha, ad vno, ò piu altri punti, ò linee, ò angoli, ò superficie, ò corpi, che nello spazio sono.

Perche nello spazio ha positura.

E ciò, perche nello spazio ha sito.

E ciò, perche nello spazio è.

Il che fu parte della diffinitione della essenza sua.

Adunque del punto vi è scienza, non pure per via di diffinitione, ma anche per deduzione de gli effetti dalle cagioni, e per ciò per potissime dimostrazioni, breui, e con ordine concatenate, così per metodo compositiua, come per risolutiua. Ed ha il primo grado tra le scienze di certezza, non solo per la materia soggetta, che lo spazio inuariabile è, ma anche per virtù delle dimostrazioni.

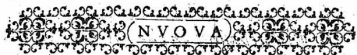
Il che, per quanto dalle memorie appare, fu dagli antichi Matematici del tutto ignorato, ò per impossibile tenuto, poiche

Proclo

Proclo che fu l'ultimo de grandi. E tutti gli antepassati, in che, di niuna delle proposizioni da noi dette fa mentione. e non poche cose nega; la scienza del punto, la necessità delle dimostrazioni sempre dalle cagioni, e la catena lor continuata. Le quali noi in tutti i seguenti libri offerueremo.

I L F I N E.





GEOMETRIA

DI FRANCESCO

PATRICI.



Di due, ò più punti, nello
spazio riguardantisi.

LIBRO II.



PERCHÉ dimostrato s'è
che un punto può hauer ri-
guardo ad vno, e più altri pun-
ti nello spatio posti, è necessa-
rio che tra loro, o si tocchino, o non si toc-
chino.

Diciam prima di due o più altri punti toc-
cantisi tra loro.

PRO-

PROPOSITIONE I.

Due o più pūti nello spazio posti, toccan-
tisi tra loro, spazio non occupano.

DEMOSTR.

*Perche se spazio occupassero, minimi non sa-
rebbero, ma quanto*

*Ma, e per la definiz. ion del punto, il punto
è minimo, e dimostrato si è, che non è
quanto.*

*Adunque due, ò più punti nello spazio posti,
toccantisi tra loro, spazio non occupano.*

PROPOS. II.

Due, o più punti nello spazio posti, e toc-
cantisi tra loro, perche spazio non oc-
cupano, maggiore spazio di vn pūto so-
lo non occuperanno.

DEMOSTR.

*Perche se maggiore spazio di un punto so-
lo occupassero, ciascun da loro spazio oc-
cuperebbe.*

*Ma dimostrato s'è per la precedente che
spazio non occupano.*

C 2. Adun-

Adunque due, o piu punti nello spazio posti, toccantisi tra loro, perche spazio non occupano, maggiore spazio d'un punto solo, non occuperanno.

COROLLARIO

E la medesima dimostratione si fara sopra quanti si voglia punti, se ben fossero infiniti.

PROPOS. III.

Due, o piu punti toccantisi tra loro, perche maggiore spazio di un punto solo non occupano, su lo spazio non si estendono.

DEMOSTR.

Perche se su lo spazio si estendessero, maggior spazio di un punto solo, occuparebbono. Ma dimostrato per la precedente, s'è, che maggiore spazio di un punto solo non occupano.

Adunque due, o piu punti, perche maggiore spazio di un punto solo non occupano, su lo spazio non si estendono.

PRO-

PROPOS. IV.

Due, o piu punti toccantisi, perche su lo spazio non si estendono, magnitudine non acquistano.

DEMOSTR.

Perche se magnitudine acquistassero, su lo spazio si estenderebbono.

Ma dimostrato per l'antecedente, s'è, che su lo spazio non si estendono, Adunque due, o piu punti toccantisi, perche su lo spazio non si estendono, magnitudine non acquistano.

PROPOS. V.

Due, o piu punti toccantisi, perche magnitudine non acquistano, magnitudine di se non creano.

DEMOSTR.

Perche se magnitudine di se creassero, magnitudine haurebbono acquistata.

Ma la precedente ha dimostrato, che magnitudine non acquistano.

Adunque due, o piu punti toccantisi, perche magni-

magnitudine non acquistano, magnitudine di se non creano,

PROPOS. VI.

Due, o piu punti toccatisi, perche magnitudine di se non creano, spatio lungo, o lunghezza di se non fanno.

DEMOSTR.

Perche se lunghezza di se facessero, magnitudine di se hauerebbono creata.

Ma per la precedente dimostro s'è, che magnitudine di se non creano.

Adunque due, o piu punti, toccatisi perche magnitudine di se non creano, lunghezza di se non fanno.

PROPOS. VII.

Due, o piu punti toccatisi, perche lunghezza di se non fanno, linea di se non fanno.

DEMOSTR.

Perche se linea di se facessero, lunghezza di se farebbono.

Ma dimostrato per la prossima s'è, che lunghezza di se non fanno.

Adun-

Adunque due, o piu punti toccatisi, perche lunghezza di se non fanno, linea di se non fanno.

E cosi si è dimostrato, che la linea di punti non è composta; per altra uia da quella de gli antichi. PROPOS. VIII.

Due, o piu punti, perche di se linea non fanno, larghezza di se non producono.

DEMOSTR.

Perche se larghezza di se producessero, linea hauerebbono prodotta. perche ogni larghezza o da una linea, o fra due, o fra tre è compresa.

Ma dimostrato ha l'antecedente, che linea di se non fanno.

Adunque due, o piu punti toccatisi, perche linea di se non fanno, larghezza di se non producono.

PROPOS. IX.

Due, o piu punti toccatisi, perche, lunghezza di se non fanno, angolo di se non producono.

DE-

D E M O S T R.

Perche se angolo di se producessero, larghezza produrrebbono.

Ma dimostrato s'è per l'antecedente che larghezza di se non producono.

Adunque due punti toccantisi, per che larghezza di se non producono, angolo di se non producono.

P R O P O S. X.

Due, o piu punti toccantisi, perche ne larghezza, ne angolo di se non producono, superficie di se non formano.

D E M O S T R.

Perche se superficie di se formassero, ed angolo e larghezza di se produrrebbono.

Ma dimostrato per le due precedenti s'è, che ne larghezza, ne angolo di se producono.

Adunque due, o piu punti toccantisi, perche ne larghezza, ne angolo di se non producono, superficie di se non formano.

-30

P R O -

P R O P O S. XI.

Due, o piu punti toccantisi, perche superficie di se non formano, corpo di se non producono.

D E M O S T R.

Perche se corpo di se producessero, anche superficie haurebbono formata.

Ma dimostrato per la precedente si è, che superficie di se non formano,

Adunque due, o piu punti perche superficie di se non formano corpo di se non producono.

R I S O L V Z I O N E

Due o piu punti toccantisi, corpo di se non producono.

E cio perche, superficie di se non formano.

E cio perche angolo di se non fanno.

E cio, perche larghezza di se non creano.

E cio perche linea di se non fanno.

E cio perche lunghezza di se non producono.

E cio perche magnitudine di se non creano.

E cio perche magnitudine non acquistano.

D

E cio

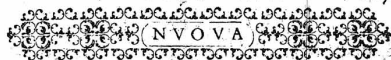
E cio perche su lo spazio non si estēdono .

E cio perche maggiore spazio di vn punto solo non occupano .

E cio perche spazio non occupano .

E cio perche ciascuno punto è minimo, e non quanto .

I L F I N E .



GEOMETRIA DI FRANCESCO PATRICI.



Della Linea in genere.

LIBRO III.



V alcuno de gli antichi geometri il quale disse, della linea nō esserui scienza . In che molto si dilungò dal uero . e ciò apparirà per le seguenti da noi fatte contemplationi , e loro ordinate , e facili demonstrationi .

Detto s'è di due , e più altri punti nello spazio toccantisi : Dicasi ora di due punti , nello spazio posti , e non toccantisi .

D 2 PRO-

PROPOS. I.

Due punti nello spatio posti, e non toccantisi, spazio fra lor comprendono, sì che spazio dall'vno all'altro sia.

DEMOSTR.

Perche se spazio fra lor non comprendessero, si che spazio dall'vno all'altro non fosse, e si si toccherebbono.

Ma per lo supposto, e' non hanno a toccarsi. Adunque due punti nello spazio posti, per che non si toccano, spazio fra loro comprendono, sì che spazio dall'un all'altro sia

PROPOS. II.

Due punti nello spatio posti, non toccantisi perche spazio fra lor comprendono, quello spazio non farà punto.

DEMOSTR.

Perche se punto fosse, spazio non sarebbe

Ma dimostrato per la precedente si è che, spatio è, fra que' due punti.

Adunque due punti nello spatio posti e non toccantisi, perche spatio fra lor comprendono,

dono, quello spazio non sarà punto.

PROPOS. III.

Due punti nello spatio posti e non toccantisi, per che lo spazio fra lor compreso non è punto, minimo. e massimo, e medio spazio può essere.

DEMOSTR.

Perche se minimo, e massimo, e medio spazio non fosse, niuno spazio sarebbe.

Ma dimostrato s'è per la prima, che spazio è.

Adunque due punti, nello spazio posti, e non toccantisi, perche lo spazio fra lor compreso non è punto, minimo, e massimo, e medio spazio può essere.

E sia prima minimo.

PROPOS. IV.

Due punti nello spazio posti e non toccantisi, perche lo spazio fra lor compreso può essere spazio minimo, quello spazio farà il primo.

DE-

DELLA GEOMETRIA DEMOSTR.

Perche se il minimo spazio non fosse il primo, altro spazio minore auanti a lui sarebbe.

Ma per la prima deffinitione, spazio minor del minimo non puo essere.

Adunque due punti nello spazio posti, e non toccantisi, perche lo spazio fra lor compreso puo essere spazio minimo, quello spazio sarà il primo.

PROPOS. V.

Due punti nello spazio posti, e non toccantisi, perche minimo, e primo spazio comprender possono; quello spazio sarà semplice.

DEMOSTR.

Perche se semplice non fosse, primo spazio non sarebbe, e d'altri precedenti e minori faria composto.

Ma dimostrato per la precedente s'è, ch'egli è il primo, e minimo, e auanti al primo altro non ha. e del minimo, minor non ha.

Adun-

Adunque due punti nello spazio posti, e non toccantisi, perche minimo e primo spazio comprender possono, quello spazio sarà semplice. PROP. VI.

Due punti, nello spazio posti e non toccantisi, perche semplice spazio comprender possono, quello spazio di parti non sarà composto.

DEMOSTR.

Perche se di parti, composto fosse, semplice non sarebbe.

Ma dimostrato per la precedente si è, ch'egli è semplice.

Adunque due punti nello spazio posti e non toccantisi, perche semplice spazio possono comprendere quello spazio di parti non sarà composto.

PROPOS. VII.

Due punti nello spazio posti, e non toccantisi perche spazio possono comprendere, che di parti non sia composto, quello spazio non ha parti.

DE-

DEMOSTR.

Perche se quello spazio parti hauesse, di parti saria composto.

Ma dimostrato s'è per la precedente ch'ei di parti non è composto.

Adunque due punti nello spazio posti e non toccantisi, perche spazio possono comprendere, che di parti non sia composto, quello spazio non haurà parti.

PROPOS. VIII.

Due punti nello spazio posti, e non toccantisi, perche spazio possono comprendere, che non habbia parti, quello spazio non farà, partibile.

DEMOSTR.

Perche s'egli partibile fosse, parti haurebbe. Ma dimostrato si è per la prosima, ch'ei non ha parti.

Adunque due punti nello spazio posti e, non toccantisi, perche, spazio possono comprendere che non habbia parti, quello spazio non sarà partibile.

PRO.

PROPOS. IX.

Due punti nello spazio posti, e non toccantisi, perche spazio possono comprendere, che non sia partibile quello spazio, non sarà diuisibile.

DEMOSTR.

Perche se quello spazio fosse diuisibile, sarebbe anche partibile.

Ma dimostrato s'è per l'antecedente ch'ei non è partibile.

Adunque due punti, nello spazio posti, e non toccantisi, perche spazio possono comprendere, che non sia partibile quello spazio non sarà diuisibile.

E per conseguente contrario sarà indiuisibile.

PROPOS. X.

Due punti nello spazio posti, e non toccantisi, perche spazio possono comprendere, indiuisibile, non diuisibile, non partibile, non haue te parti, non di parti composto, semplice e primo,

E quel-

quello spazio sarà lungo.

DEMOSTR.

Perche se quello spazio non fosse lungo, spazio primo non sarebbe, per che per la quarta supposizione il primo spazio è il lungo.

Ma dimostrato si è, per la quarta, ch'egli è spazio primo.

Adunque due punti, nello spazio posti, e non toccantisi, perche primo spazio possono comprendere, quello spazio sarà lungo.

PROPOS. XI.

Due, punti nello spazio posti, e non toccantisi, perche il primo, e lungo spazio possono comprendere, quello spazio sarà linea.

DEMOSTR.

Perche se quello spazio linea non fosse, ne lungo, ne primo spazio sarebbe.

Ma dimostrato s'è per l'antecedente che e primo, e lungo spazio è,

Adun-

Adunque due, punti nello spazio posti, e non toccantisi, perche primo e lungo spazio possono comprendere, quello spazio sarà linea.

PROPOS. XII.

Due punti, nello spazio posti, e non toccantisi, perche linea, e lungo, e primo, e minimo spazio possono comprendere, quello spazio, sarà linea minima.

DEMOSTR.

Perche se linea minima non fosse, ne primo ne minimo spazio sarebbe.

Ma dimostrato s'è per le precedenti che e primo e minimo spazio è.

Adunque due punti nello spazio posti e non toccantisi, perche linea, e lungo, e primo e minimo spazio possono comprendere, quello spazio sarà linea minima.

PROPOS. XIII.

La linea compresa da due punti non toccantisi, perche minima può essere, sarà, e prima, e semplice, e di parti non

cōposta e senza parti, e non partibile,
fara anche non diuisibile.

D E M O S T R.

Perche se diuisibile fosse, e partibile sareb-
be, e hauete parti, e di parti cōposta, e non
semplice, e non prima, e non minima.

Ma dimostrato s'è, nello spazio minimo il
che la linea minima è ch'ella minima es-
sendo, e prima è, e semplice, e di parti
non composta, e senza parti, e non parti-
bile e non diuisibile.

Adunque la linea compresa da due punti
non toccantisi perche minima puo essere,
sara è prima, e semplice, e di parti non
composta, e senza parti, e non partibile,
e non diuisibile.

P R O P O S. XIII.

La linea minima, perche non è diuisibile,
non fara diuisibile in infinito.

D E M O S T R.

Perche se la minima linea fosse diuisibile
in infinito, ella sarebbe diuisibile

Ma

Ma dimostrato per la precedente, s'è ch'el-
la non è diuisibile.

Adunque la linea minima perche non è di-
uisibile, non fara diuisibile in infinito.

P R O P O S. XV.

La linea minima, perche non è diuisibile
in infinito, anche la media linea non
fara diuisibile in infinito.

D E M O S T R.

Perche se la media linea fosse diuisibile in
infinito, anche la minima saria diuisi-
bile in infinito. Perche la media diui-
dendosi la diuisione per necessità uiene
a dare nella minima.

Ma dimostrato si è per le precedenti che
la minima linea, non è pur diuisibile,
non che diuisibile in infinito.

Adunque perche la linea minima non è di-
uisibile in infinito, ne anche la media li-
nea non è diuisibile in infinito.

P R O P O S. XVI.

La linea minima e media, perche non fo-

no

no diuisibili in infinito, nè anche la massima, non è diuisibile in infinito.

D E M O S T R.

Perche se la massima linea fosse diuisibile in infinito, e la media, e la minima nelle quali di neccsita la diuisione della massima uiene a dare, sarebbono diuisibili in infinito,

Ma dimostrato per le due precedenti s'è, che ne la media, ne la minima linea non sono diuisibili in infinito.

Adunque perche ne la minima, ne la media linea non sono diuisibili in infinito, ne anche la massima linea non è diuisibile in infinito.

P R O P O S. XVII.

La linea minima, e media, e massima perche non sono diuisibili in infinito niuna linea non fara diuisibile in infinito.

D E M O S T R.

Perche se ogni, o alcuna linea fosse diuisibile in infinito, o tutte e tre le sudette, o alcuna

na

na, sarebbe diuisibile in infinito.

Ma dimostrato s'è, per le tre precedenti che ne tutte e tre, ne alcuna, non è diuisibile in infinito.

Adunque niuna linea è diuisibile in infinito.

Adunque falso fu l'antico dogma dicente, Che ogni linea fusse diuisibile in infinito. Anzi il contrario dogma nostro, è uero, che niuna linea è diuisibile in infinito. Per lo quale cesseranno, e nell'astratta contemplatione, e nella concreta operatione, tutti gli assurdi, e gli impossibili, ch'all'antico dogma, conseguiano. Ma ritornando a' due punti nello spazio posti, e non toccantisi, e spazio fra loro coprendenti, e linea formanti, diciamo proseguendo.

P R O P O S. XVIII.

Due pūti, nello spazio posti, e non toccantisi, perche lo spazio tra loro compreso e linea da ambi i lati la linea toccano.

DE-

DEMOSTR.

Perche se da ambi i lati la linea non tocca-
sero, ed essa linea, & altro spazio tra
lor comprenderebbono. —

Ma dimostrato si è, che la linea compren-
dono.

Adunque due punti nello spazio posti e nō
toccantisi, perche lo spazio tra lor com-
preso è linea, d'ambi i lati la linea toc-
cano.

PROPOS. XIX.

Due punti nello spazio non toccantisi,
perche da ambi i lati la linea toccano,
diuengono suoi estremi. —

DEMOSTR.

Perche se suoi estremi non diuenissero, da
ambi i lati non la toccherebbono.

Ma dimostrato per la precedente si è, che
da ambi i lati la linea toccano.

Adunque due punti nello spazio non toc-
cantisi, perche da ambi i lati la linea
toccano diuengono suoi estremi.

E così

E così viene prouato, e non come da Eucli-
de supposto, che gli estremi di una linea,
sieno due punti.

PROPOS. XX.

Due punti nello spatio nō toccantisi, per-
che da ambi i lati diuengono gli estre-
mi della linea, da ambi i lati diuengo-
no suoi termini.

DEMOSTR.

Perche se suoi termini non diuenissero, suoi
estremi non sarebbero diuenuti.

Ma dimostrato si è per la precedente, che
suoi estremi sono diuenuti.

Adunque due punti nello spazio non toc-
cantisi; perche sono gli estremi della li-
nea, sono anche suoi termini.

PROPOS. XXI.

Due punti nello spazio nō toccatifi, per-
che da ambi i lati sono della linea ter-
mini, fanno la linea terminata.

DEMOSTR.

Perche se terminata non la facessero, essi

F suoi

suoi termini non sarebbero.

Ma dimostrato per la precedente s'è, ch'essi sono suoi termini.

Adunque due punti nello spazio non toccantisi, perche da ambi i lati sono della linea termini, fanno la linea terminata.

PROPOS. XXII.

Due punti nello spazio non toccantisi, perche fanno la linea da ambi i lati terminata, la fanno anche finita, e non infinita.

DEMOSTR.

Perche se infinita, e non infinita la facessero ella non sarebbe terminata.

Ma dimostrato si è per la prossima, che ella è terminata.

Adunque due punti nello spazio non toccantisi, perche fanno la linea terminata, la fanno anche finita, e non infinita.

PROPOS. XXIII.

*La linea, perche due punti estremi da
—, ambi i lati la fanno finita, e non
infi-*

*infinita, da ambi i lati ella si può
— allungare.*

DEMOSTR.

Perche se ella da ambi i lati allungar non si potesse, ella infinita sarebbe, e non finita. Ma dimostrato per la precedente s'è, ch'ella infinita non è, ma finita.

Adunque la linea, perche due punti estremi da ambi i lati la fanno finita, e non infinita, ella da ambi i lati si può allungare.

PROPOS. XXIV.

La linea perche da ambi i lati si può allungare, ella si può sempre allungare.

DEMOSTR.

Perche s'ella non si potesse sempre allungare, ella allungar non si potrebbe.

Ma dimostrato s'è per la precedente, ch'ella si può allungare.

Adunque la linea perche da ambi i lati si può allungare, ella sempre si può allungare.

DELLA GEOMETRIA
PROPOS. XXV.

La linea, perche da ambi i lati sempre si puo allungare, ella si potra allungare in infinito,

DEMOSTR.

Perche se in infinito allungar non si potesse, non si potrebbe sempre allungare.

Ma dimostrato per la precedente s'è, che ella si puo sempre allungare.

Adunque la linea, perche si puo sempre allungare, ella si puo allungar in infinito.

E così vien prouato, ciò che Euclide, & altri hanno dimandato, che lor fosse conceduto.

PROPOS. XXVI.

La linea, perche si puo allungare; la minima linea che linea è si potra anch'ella allungare.

DEMOSTR.

Perche se la minima linea, allungar non si potesse, la linea allungar non si potrebbe.

Ma dimostrato per le precedenti s'è, che la

linea

linea si puo allungare.

Adunque perche la linea si puo allungare, la minima linea, perche linea è, si puo allungare.

PROPOS. XXVII.

La linea minima perche si puo allungare, — linea media puo diuentare.

DEMOSTR.

Perche se linea media non potesse la minima diuentare; ella non si potrebbe allungare.

Ma dimostrato si è per la precedete, che la minima linea si puo allungare.

Adunque la linea minima perche ella si puo allungare, linea media puo diuentare, cioè quella linea, che è maggiore e minore linea puo hauere.

PROPOS. XXVIII.

La linea minima, perche media puo diuentare, non piu minima si rimane, ma maggiore di se, diuiene.

DEMOSTR.

Perche se maggiore di se non diuenisse, minima saria rimasa, e media non sarebbe diuenuta.

Ma dimostrato per la precedente si è, ch'el la media diuene.

Adunque la linea minima, perche media puo diuentare, non piu minima si rimane, ma maggiore di se diuene.

PROPOS. XXIX.

La linea minima, perche maggior di se
— puo diuenire, puo anche diuenire
— ad una media uguale.

DEMOSTR.

Perche se ad una media uguale diuenire non potesse, ne anche maggiore di se diuenir potrebbe.

Ma dimostrato per la precedente si è, che maggiore di se puo diuenire.

Adunque la minima linea, perche maggiore di se puo diuenire, potrà anche ad una media diuenir uguale.

PRO-

PROPOS. XXX.

La linea minima perche ad una media li-
— nea puo diuenir uguale, potrà an-
— che d'una uguale diuenir mag-
— giore.

DEMOSTR.

Perche se d'una uguale diuenir maggiore non potesse, ne arco uguale a lei diuenir potrebbe.

Ma dimostrato per la precedente si è, che ad una media puo diuenir uguale. Adunque la minima linea, perche ad una media linea puo diuenir uguale potrà anche d'una uguale diuenir maggiore.

PROPOS. XXXI.

La linea minima, perche d'una media
— uguale, puo diuenir maggiore,
— potrà anche d'una media mag-
— giore diuenire e uguale, e mag-
— giore.

DEMOSTR.

Perche se d'una media maggiore non potesse

tesse diuenir, e uguale, e maggiore, non potrebbe ne anche d'una media uguale, diuenir maggiore.

Ma dimostraroper la precedente s'è, che di una media uguale puo diuenir maggiore.

Adunque la linea minima, perche d'una media uguale puo diuenir maggiore, potra anche d'una maggiore diuenire e uguale, e maggiore.

PROPOS. XXXII.

La linea minima, perche d'una media maggiore, puo diuenir e uguale e maggiore, puo anche sempre crescere fin che diuenti massima.

DEMOSTR.

Perche se non potesse sempre crescere fin che diuentasse massima, ne anche ad una maggiore potrebbe diuenir, ne uguale ne maggiore.

*Ma dimostrato per la precedente s'è che d'una media maggiore puo diuenire,
e ugua-*

e uguale e maggiore.

Adunque la minima linea, perche ad una media maggiore puo diuenir, e uguale, e maggiore, potra sempre crescere fin che diuenti massima.

RISOLUZIONE DELLE PRIME XVII. PROPOSITIONI

Niuna linea è diuisibile in infinito.

E cio perche massima non è diuisibile in infinito.

E cio perche la media, non è diuisibile in infinito.

E cio perche la minima non è diuisibile in infinito.

E cio perche ella non è diuisibile.

E cio perche ella non è partibile.

E cio perche è senza parti.

E cio perche di parti non è composta.

E cio perche è semplice.

E cio perche è prima.

E cio perche è minima,

G RISO

50 DELLA GEOMETRIA
RISOLUZIONE
DELLE SECONDE XVI.
PROPOSIZIONI.

La linea minima puo sēpre diuenir maggiore.

E cio perche puo diuenire massima.

E cio perche d'una media maggiore puo diuenir, e uguale, e maggiore.

E cio perche d'una media vguale puo diuenir maggiore.

E cio perche ad una media puo diuenir uguale.

E cio perche maggior di se puo diuenire.

E cio perche media puo diuenire.

E cio perche si puo allungare.

E cio perche la linea si puo allungare.

E cio perche la linea si puo allungare in infinito.

E cio perche ella sempre si puo allūgare.

E cio perche da ambi i lati, ella si puo allungare.

E cio perche due punti estremi, da ambi i lati.

i lati la san finita,

E cio perche, ambi i lati la fanno terminata.

E cio perche da ambi i lati le sono termini.

E cio perche diuengono suoi estremi.

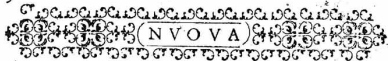
E cio perche da ambi i lati la toccano.

E cio perche tra loro spazio comprendo no, che linea e.

E cio perche essi non si toccano.

I L F I N E.





GEOMETRIA

DI FRANCESCO

PATRICI.



Della Linea retta.

LIBRO IIII.



I è fin hora dimostrato, che cō tra il dogma de gli antichi, si puo della linea in generale, hauere scienza. e ora si seguirà a dimostrare ch'ella si puo anco hauere in spezie della linea retta. Alla quale, tutte le proprietà nell' antecedente libro dimostrate, come a spezie di quel genere, s'acconuengono.
Gli antichi dissero, linea retta essere quella,

la, che egualmente giace tra suoi punti. E ancora dissero altrimenti Linea retta essere quella, che tra due punti è breuissima.

Il che noi confermando, di piu diciamo.

Linea retta, è essere quella, che tra due punti sol uno spazio prende. Et uno spazio è quello, che niuna larghezza prende.

Linea curua è quella che tra gli stessi due punti non uno spazio, ma anco larghezza prende, col suo giro.

PROPOS. I.

La linea retta, perche fra due punti sol uno spazio prende, ella è breuissima fra loro.

DEMOSTR.

Perche se fra loro breuissima non fosse, non uno solo spazio, ma anche larghezza col suo giro prenderebbe.

Ma per la nostra diffinizione, ella solo uno spazio prende.

Adun-

Adunque la linea retta, perche fra due punti sol uno spazio prende, fra loro ella è breuissima.

PROPOS. II.

La linea retta, perche fra due punti è breuissima, ella fra quei due punti,
 egualmente giace.

DEMOSTR.

Perche se fra i due punti ella egualmente non giacesse, ella breuissima non sarebbe, ne sol uno spazio prenderebbe.

Ma dimostrato, per la precedente, e per la deffinitione s'è, ch'ella uno sol spazio prende, ed è fra due punti breuissima.

Adunque la linea retta, perche fra due punti è breuissima, fra quei due punti egualmente giace.

E così le due deffinitioni della retta linea poste, e supposte dagli antichi uengono ad essere demonstrate.

PROPOS. III.

La linea retta, perche fra due punti egual
 men-

mente giace tutta fra quei punti egualmente giace.

DEMOSTR.

Perche se tutta fra quei due punti egualmente non giacesse, ella ne retta sarebbe ne fra due punti egualmente giacerebbe. Ma dimostrato per la precedente si è, ch'ella egualmente fra due punti giace, e per lo supposto è retta.

Adunque la linea retta, perche fra due punti egualmente giace, tutta tra quei punti egualmente giace.

PROPOS. IIII.

La linea retta, perche tutta fra due punti
 ——— giace, ciascuna parte sua fra gli stessi due punti egualmente giace.

DEMOSTR.

Perche se ciascuna parte sua fra gli stessi due punti egualmente non giacesse, ne anche la tutta fra quei due punti non giacerebbe.

Ma dimostrato per la precedente s'è, che la
 tutta

tutta fra due punti egualmente giace.
 Adunque la linea retta, perche tutta fra
 due punti egualmente giace ciascuna
 parte sua fra gli stessi due punti giace-
 ra egualmente.

PROPOS. V.

La linea retta, perche ciascuna parte sua
 fra gli stessi due punti con la
 ———— tutta egualmète giace, ciascu-
 na delle dette parti, fra i suoi
 propri due pñti giacerà egual-
 mente.

DEMOSTR.

Perche se ciascuna delle dette parti fra i
 suoi propri due punti non giacesse, ne an-
 che ciascuna parte egualmente giace-
 rebbe fra gli stessi due punti della tutta.
 Ma dimostrato per la precedente siè che
 ciascuna parte, egualmente giace fra
 gli stessi due punti della tutta.
 Adunque ciascuna delle parti della retta
 linea, perche fra gli stessi due punti del-
 la tut-

la tutta egualmente giace, ciascuna an-
 che fra suoi propri due punti, giacerà
 egualmente.

PROPOS. VI.

Della retta linea, perche ciascuna parte,
 egualmente giace, e fra suoi pro-
 ———— pri due punti, e fra gli stessi
 due punti della tutta, ciascuna
 parte della retta linea, sarà retta linea.

DEMOSTR.

Perche se ciascuna parte della retta linea,
 retta linea non fosse, ne fra i propri suoi
 due punti, ne gli stessi della tutta, egual-
 mente giacerebbono.

Ma dimostrato per le precedenti siè, che cia-
 scuna parte, e fra gli suoi propri due pun-
 ti, e fra gli stessi della tutta, giacciono
 ugualmente.

Adunque ciascuna parte della tutta linea
 retta pche e fra i suoi propri due punti, e
 fra gli stessi due punti della tutta giace
 egualmente, sarà retta linea.

58 DELLA GEOMETRIA
PROPOS. VII.

La linea retta, perche ha ciascuna parte sua linea retta; essa tutta farà a se stessa simile.

DEMOSTR.

Perche se tutta la retta linea, a se stessa non fosse simile, le parti sue, rette linee non sarebbero.

Ma per la precedente dimostrato s'è, che tutte le parti della retta, linee rette sono. Adunque la retta linea tutta, perche ha ciascuna parte sua linea retta, tutta essa è a se stessa simile.

PROPOS. VIII.

La linea retta, perche tutta è a se stessa simile, ha ciascuna parte sua a se stessa simile.

DEMOSTR.

Perche se ciascuna parte alla tutta non fosse simile, ne anche essa tutta sarebbe a se stessa simile.

Ma dimostrato per la precedente s'è che la
tutta

LIBRO QUARTO 59

tutta è a se stessa simile.

Adunque la linea retta, perche tutta è a se stessa simile; ha ciascuna parte, alla tutta simile.

PROPOS. IX.

La linea retta, perche ha ciascuna sua parte alla tutta simile, hauerà tutte
le parti tra lor simili.

DEMOSTR.

Perche se tutte le parti sue non hauessero tra lor simili, non hauerebbe ciascuna parte alla tutta simile.

Ma dimostrato per l'antecedente s'è, che ha ciascuna parte alla tutta simile.

Adunque la linea retta, perche ha ciascuna sua parte alla tutta simile, hauerà tutte le parti tra lor simili.

PROPOS. X.

La linea retta, perche ha tutte le parti tra lor simili, essa tutta è similare.

DEMOSTR.

Perche se tutta la retta non fosse similare,

non haueria tutte le sue parti tra lor simili.

Ma dimostrato per la precedente s'è, che tutte le parti ha tra se simili.

Adunque la linea retta, perche ha tutte le parti tra lor simili, essa è tutta similare.

PROPOS. XI.

La linea retta, pche tutta è similare, è anche tutta a se uniforme.

DEMOSTR.

Perche se tutta a se non fosse uniforme, ne anche sarebbe similare.

Ma dimostrato per la precedente si è, ch'ella è tutta similare,

Adunque la linea retta, perch tutta è similare, è anche tutta a se uniforme.

PROPOS. XII.

La linea retta, perche tutta a se è uniforme, ha ciascuna parte sua, e alla tutta, e tra loro uniforme.

DE-

DEMOSTR.

Perche se ciascuna parte sua, non hauesse e alla tutta, e tra lor uniforme,

Ma dimostrato per la precedente s'è ch'essa tutta e a se uniforme.

Adunque la linea retta, perche tutta è a se uniforme, ha ciascuna parte sua, e alla tutta, e tra loro uniforme.

PROPOS. XIII.

La linea retta, perche ha le parti, e alla tutta, e tra loro uniformi, ed essa e le parti sotto vna diffinizion sono cōprese.

DEMOSTR.

Perche se essa, e le parti sotto una diffinizione non fossero comprese, le parti ne alla tutta, ne tra loro sarebbono uniformi.

Ma dimostrato s'è p la precedēte che le parti e alla tutta e tra loro sono uniformi.

Adunque la linea retta, perche ha le parti e allā tutta, e tra loro uniformi ed essa, e le parti, sotto una diffinizione sono comprese.

PRO-

DELLA GEOMETRIA PROPOS. XIV.

La linea retta, perche ed essa, e le sue parti, sono sotto una diffinizion comprese, a ciascuna sua parte, si dara la diffinizione della tutta.

DEMOSTR.

Perche se a ciascuna parte sua non si desse la diffinizione della tutta, ned essa, nè le parti sotto una diffinizion si comprenderebbono.

Ma dimostrato per la precedente s'è, che ed essa, e le parti sue sotto una diffinizion sono comprese.

Adunque la linea retta, perche ed essa, e le sue parti sono sotto una diffinizion comprese, a ciascuna sua parte si dara la diffinizione della tutta.

PROPOS. XV.

La linea retta, perch'ha le parti, a cui si dà la diffinizione della tutta, ogni retta linea fara sempre con ogni altra retta linea, della stessa essenza.

DE-

DEMOSTR.

Perche se ogni retta linea non fosse sempre con ogni altra retta linea della stessa essenza, ned essa, ne le parti sue, dalla stessa diffinizione non farebbono comprese. Ma dimostrato per la precedente s'è, che ed essa, e le parti sue sotto una diffinizion sono comprese, e che a ciascuna delle parti si dà la diffinizione della tutta. Adunque ogni retta linea, perche ed essa, e ciascuna parte sua, sotto una diffinizion sono comprese, con ogni altra retta linea sarà sempre della stessa essenza.

PROPOS. XVI.

Ogni retta linea, perche con ogni altra retta linea è sempre della stessa essenza, le proprietà essenziali, di tutte le rette linee, faranno le medesime.

DEMOSTR.

Perche se le proprietà essenziali di ogni retta linea non fossero le medesime, ne anco l'essenza di tutte sarebbe la medesima.

Ma

Ma dimostrato per la precedente si è, che l'essenza di tutte le rette linee, è sempre la medesima con l'altre.

Adunque ogni retta linea, perche con ogni altra retta linea è sempre della stessa essenza, le proprietà essenziali di tutte le rette linee saranno le medesime.

PROPOS. XVII.

Tutte le rette linee, perche hanno le proprietà essenziali, sempre le medesime, tutte anco della medesima spezie essere perseverano.

DEMOSTR.

Perche se tutte della medesima spezie d'essere non perseverassero, anche hauerebbono le proprietà essenziali sempre le medesime.

Ma dimostrato s'è per la precedente, che tutte le rette linee hanno le proprietà essenziali sempre le medesime.

Adunque tutte le rette linee, perche hanno le proprietà essenziali sempre le medesime

me

me tutte anco della medesima spezie essere perseverano,

PROPOS. XVIII.

Tutte le rette linee, perche della medesima spezie essere perseverano, niuna mai dall'altra uaria.

DEMOSTR.

Perche se l'una mai dall'altra uariasse, della medesima spezie essere non perseverano.

Ma dimostrato per la precedente s'è, che tutte della medesima spezie essere perseverano.

Adunque tutte le rette linee perche della medesima spezie essere perseverano, niuna mai dall'altra uaria.

PROPOS. XIX.

Ogni retta linea, perche niuna mai dall'altra uaria, cōseruerà, l'egualità del sito

DEMOSTR. (suo.)

Perche se la uigualità del sito suo, ogni retta non cōseruasse, l'una dall'altra uarierebbe.

Ma dimostrato per la precedente s'è, che niuna dall'altra uaria.

Adunque ogni retta linea, perche niuna mai dall'altra uaria, conseruera l'egualità del sito suo.

PROPOS. XX.

Ogni retta linea, perche conserua l'egualità del sito suo, e con tutta se stessa e con tutte le parti sue, il sito medesimo conserua.

DEMOSTR.

Perche se con tutta se stessa e con tutte le parti sue il sito medesimo non conserua se, ne anche la egualità del sito suo conseruerebbe.

Ma dimostrato per la precedente s'è, ch'ogni retta linea l'egualità del sito suo conserua.

Adunque ogni retta linea, perche conserua l'egualità del sito suo, con tutta se stessa e con tutte le parti sue, il sito medesimo conserua.

PRO-

PROPOS. XXI.

Ogni retta linea, perche con tutta se stessa, e con tutte le parti sue il sito medesimo conserua, con ogni altra retta linea sarà adattabile

DEMOSTR.

Perche se ogni retta linea, ad ogni altra retta, non fosse adattabile, non ogni retta linea, è con tutta se stessa, e cō tutte le parti sue, il sito medesimo conseruerebbe.

Ma dimostrato per la precedente s'è, che ogni retta linea, e con tutta se stessa, e con tutte le parti sue il sito medesimo conserua.

Adunque ogni retta linea, perche con tutta se stessa, e con tutte le parti sue il sito medesimo conserua, con ogni altra retta linea sarà adattabile.

Cio è, si potrà l'una all'altra sopraporre, senza che niuna parte loro, esca del medesimo sito dell'altra.

I 2 PRO-

68 DELLA GEOMETRIA
PROPOS. XXII.

Ogni retta linea, perche con ogni altra retta linea è adattabile, farà inalterabile.

DEMOSTR.

Perche se inalterabile non fosse ne anche con ogni altra retta adattabile sarebbe. Ma dimostrato per la precedente si è, ch'ogni retta linea, è con ogni retta linea adattabile.

Adunque ogni retta linea, perche con ogni altra retta linea è adattabile, sarà anche inalterabile.

PROPOS. XXIII.

Ogni retta linea, perche è inalterabile nõ si potrà con altra non retta linea mescolare.

DEMOSTR.

Perche se con altra non retta mescolare si potesse, non sarebbe inalterabile. Perche ogni mescolamento si fa con alterazione.

Ma

LIBRO QUARTO 69

Ma dimostrato per la precedente si è, ch'ogni retta linea è inalterabile.

Adunque ogni retta linea, perche è inalterabile, non si potrà con altra non retta mescolare,

PROPOS. XXIV.

Ogni retta linea, perche non si può con altra non retta mescolare, sarà semplice. e semplice si conseruara.

Perche se semplice non fosse, e semplice non si conseruasse, con altra non retta si mescolerebbe.

Ma dimostrato si è, per la precedente, che con altra non retta non si mescola,

Adunque ogni retta linea, perche con altra non retta non si mescola, e semplice è, semplice si conserua.

PROPOS. XXV.

Ogni retta linea, perche semplice è, e semplice si conserua, regola è di ogni linea e retta e non retta, che a medesimi due punti seco termina.

DE-

D E M O S T R .

Perche se regola non fosse di ogni linea che a medesimi due punti seco termina, semplice non sarebbe, e semplice non si conserverebbe,

Ma dimostrato per la precedente s'è, che è semplice, e semplice si conserva.

Adunque ogni retta linea, perche semplice è, e semplice si conserva, regola è d'ogni retta, e non retta linea, che a medesimi due punti seco termina.

RISOLVZIONE.

Ogni retta linea, è regola, d'ogni retta e non retta linea, che a medesimi due punti seco termina.

E cio perche semplice, è, e semplice si conserva.

E cio perche cō altra non retta non si mescola.

E cio perche è inalterabile.

E cio, perche ad ogni altra retta è adattabile.

E cio,

E cio, perche con tutta se stessa, e con le parti sue il sito medesimo conserva.

E cio, perche l'ugualità del sito suo conserva.

E cio, perche niuna mai dall'altra varia.

E cio, perche della medesima specie essere persevera.

E cio, perche le proprietà essenziali di tutte le rette sono le medesime.

E cio, perche tutte le rette, sono della medesima essenza.

E cio, perche tutte le parti sue hanno la medesima definizione con la tutta.

E cio, perche tutte le parti, sotto una definizione con la tutta si comprendono.

E cio, perche le parti sono alla tutta, e tra loro uniformi. (forme.

E cio, perche essa tutta è a se medesima uni-

E cio, perche tutta è simile.

E cio, perche le parti e tra loro, & alla tutta son simili.

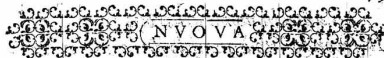
E cio, perche le parti sono tra loro simili.

E cio, perche le parti sono alla tutta simili.

E cio,

E cio, perche la tutta è a se stessa simile,
 E cio, perche le parti sono linee rette.
 E cio perche, ciascuna parte, e fra suoi
 propri due punti, e fra gli stessi della
 tutta giace egualmente.
 E cio perche fra i due pñti della tutta, giace
 egualmente.
 E cio perche la tutta fra i suoi punti giace
 egualmente.
 E cio perche la retta linea fra suoi punti
 giace egualmente.
 E cio pche ella fra i due pñti è breuissima
 E cio perche sol uno spazio fra due punti
 prende.
 E tutte queste, e forse altre appresso, sono
 le passioni o qualità, o proprietà, co-
 sì proprie della linea retta, che niente
 hanno di commune, con le proprietà
 generali della linea in genere, delle qua-
 li nell' antecedente libro si è trattato,
 ne con quelle che seguiranno della li-
 nea curva.

IL FINE.



GEOMETRIA DI FRANCESCO

PATRIGI.



Delle rette Linee, nō toccan-
tisi, e rispetto hauentisi.

LIBRO V.



RISPETTO chiamo quel
 tofiche una linea retta, ha
 uerso una, o piu altre rette, e
 non si toccano.

*Il detto sito e rispetto, è di quattro sorte.
 Il primo e, quando due o piu rette linee l' u-
 na l' altra seguono in lughesza a per dirit-
 to. e le chiamo consequenti. Delle quali,*

K gl

— — gli antichi non trattarono.

Il secondo sito è quando due o più rette linee sono l'una all'altra per larghezza al lato poste. e queste sono di due sorte.

— — L'una è quando elle sono equidistanti; e queste gli antichi dimandarono parallele, di cui non molto ragionarono.

— — L'altra si è quando elle, non sono equidistanti, di cui gli antichi quasi niente dissero; e noi inclinate le chiamiamo.

— — Il terzo sito è quando due o più rette linee, in niuno de' sopradetti siti sono poste. le quali gli antichi, non appare che conoscessero. e noi chiamiamo disperate.

— — Ora prendiamo a trattare delle prime dimandate conseguenti.

PROPOS. I.

Fra due o più rette linee conseguenti, — — spazio giace.

DEMOSTR.

Perche se spazio fra loro non giacesse, elle si toccherebbono.

Ma

Ma per lo supposto elle non si toccano.

Adunque fra due o più rette linee conseguenti, perche non si toccano, spazio giace.

PROPOS. II.

Fra due o più rette linee conseguenti, — — perche spazio giace, fra i prossimi loro estremi, giace.

DEMOSTR.

Perche se lo spazio, fra i prossimi loro estremi non giacesse, niuno spazio fra loro giacerebbe.

Ma dimostrato per la precedente si è che spazio tra loro giace.

Adunque fra due o più rette linee conseguenti, perche spazio tra loro giace fra i prossimi loro estremi giace.

PROPOS. III.

Fra due o più rette linee conseguenti, — — perche spazio i fra i prossimi loro estremi giace, fra prossimi loro punti giace.

— K 2 DE-

DEMOSTR.

Perche se fra i prossimi loro punti non giacesse, fra i prossimi estremi non giacerebbe, perche gli estremi delle linee sono punti.

Ma dimostrato si è per la precedente che lo spazio fra i prossimi estremi giace.

Adunque fra due o più rette linee conseguenti si perche spazio fra i prossimi loro estremi giace, fra i prossimi loro punti giace.

PROPOS. II. III.

Fra due o più rette linee conseguenti si perche spazio fra i prossimi loro punti giace, si potrà per esso, da un punto all'altro linea segnare.

DEMOSTR.

Perche se linea per lo spazio segnare non si potesse, dall'uno punto all'altro, ne quiui spazio, ne punti giacerebbono.

Ma dimostrato per la precedente si è, che
quiui

quiui, spazio fra due punti giace.

Adunque fra due o più rette linee conseguenti si, perche spazio fra i prossimi loro punti giace, si potrà per lo spazio dall'un punto all'altro linea segnare.

PROPOS. V.

Fra due o più rette linee conseguenti si, perche si può per lo spazio a i lor prossimi punti dall'un all'altro linea segnare, quella linea farà breuissima.

DEMOSTR.

Perche se quella linea breuissima non fosse, non sarebbe per lo spazio fra i prossimi loro punti dall'uno all'altro segnata: ma per altri spazij passando a i punti terminerebbe.

Ma per la precedente dimostrato si è che per lo spazio fra i prossimi punti posto, linea si può segnare.

Adunque fra due o più rette linee conseguenti si, perche per lo spazio si può a i prossimi lor punti dall'un punto all'altra
linea

linea segnare, quella linea sarà breuissima.

PROPOS. VI.

Fra due, o più rette linee conseguentisi
 — — — — — perche si può fra i prossimi
 — — — — — loro punti per lo spazio da
 — — — — — un punto all'altro prossimo
 — — — — — linea breuissima segnare, quella
 — — — — — linea sarà retta.

DEMOSTR.

Perche se quella linea non fosse retta, ella ne breuissima sarebbe, ne per uno spazio segnata.

Ma dimostrato per le due precedenti si è, ch'ella è breuissima è, & per uno spazio segnata.

Adunque fra due, o più rette linee conseguentisi, perche si può fra i prossimi loro punti per lo spazio da un punto all'altro prossimo linea breuissima segnare, quella linea sarà retta.

PRO-

PROPOS. VII.

Fra due o più rette linee, perche la linea per lo spazio da un punto all'altro prossimo segnata è retta, ella è della medesima specie con le prime rette.

DEMOSTR.

Perche se della medesima specie con le prime rette ella non fosse; ella retta non sarebbe.

Ma per la precedente dimostrato si è, ch'ella retta è.

Adunque fra due o più rette linee conseguenti si, poche la linea da un punto all'altro prossimo per lo spazio segnata, è retta, ella è della medesima specie cō le prime rette.

PROPOS. VIII.

Fra due o più rette linee conseguentisi
 — — — — — perche la linea da un punto
 — — — — — all'altro prossimo, per lo spazio
 — — — — — segnata, è retta, e della medesima
 — — — — — specie con le prime rette, e lor
 — — — — — congiunta, ella è cō loro tutto una di-
 — — — — — uenuta.

DE-

D E M O S T R.

Perche se ella con loro, non fosse tutto una diuenuta, ne congiunta lor sarebbe, ne della spezie medesima, con loro, e retta. Ma per le precedenti dimostrato si è, ch'ella è della medesima spezie con loro, e lor congiunta, e retta.

Adunque fra due o piu rette linee consequentisi. perche la retta per lo spazio dall'un punto all'altro prossimo segnata e lor congiunta, e retta, e della spezie medesima con le prime rette, ella è con loro tutto una diuenuta.

C O R R E L L A R I O.

E per cōseguenza tutte le proprietà che della retta linea si sono nell'antecedente libro dimostrate, le conueniranno.

R I S O L V Z I O N E

La linea, che con due, o piu rette linee cōseguētisi tutto uno è diuenuta, d'una medesima spezie era con loro.

E cio

E cio perche ella era retta.

E cio perche ella era breuissima.

E cio, perche per lo spazio dall'vno all'altro prossimo punto era segnata.

E cio perche dall'un punto all'altro prossimo si potea segnare.

E cio perche spazio fra quei pūti giacea.

E cio perche spazio fra i prossimi loro estremi si giacea.

E cio perche spazio tra le linee cōseguētisi giacea.

E cio perche le linee consequentisi non si toccauano.

I L F I N E.



L NVOVA

GEOMETRIA

DI FRANCESCO

PATRICI.



Delle rette Linee parallele.

LIBRO VI.



LI antichi diffinirono linee parallele essere quelle, che nella medesima superficie da ambi i lati prodotte in infinito, da niuna parte mai non concorrono. Ma questa diffinizione perche dimostrare si puo, per principio chiaro non la accettiamo, e però diciamo.

Linee parallele sono quelle che per larghezza a l'una al lato all'altra poste,

con

con tutte le parti loro tra se opposte sono equidistanti.

Equidistanti intendo, quando l'una parte all'altra opposta, ne piu s'appressa, ne piu s'allontana, che l'altre parti tra loro opposte.

Ma perche linee parallele possono essere, e rette e curue, partiamo ora delle rette. PROPOS. I.

Due o piu rette linee, l'una al lato all'al-

 tra per larghezza poste, se cō le lor parti opposte sono equidistanti, elle sono parallele.

DEMOSTR.

Perche se parallele elle nō fossero le lor parti opposte, non farebbono equidistanti.

Ma per lo supposto con le lor parti opposte sono equidistanti.

Adunque due o piu rette linee l'una al lato all'altra per larghezza poste, perche cō le lor parti opposte sono equidistanti, elle sono parallele.

LIBRO VI. PRO

DELLA GEOMETRIA.
PROPOS. II.
CONVERSA.

Due o piu rette linee l'una al lato all'altra per larghezza poste, se sono
—— parallele, hanno le lor parti op
—— poste, equidistanti.

PROPOS. III.

Due o piu rette linee, perche hanno le
—— lor parti opposte equidistanti
—— tutta l'una linea, a tutta l'altra li
—— nea fara equidistate e parallela.

DEMOSTR.

Perche se tutta l'una, a tutta l'altra non fosse equidistante, e parallela non haberebbono le lor parti opposte equidistanti.

Ma dimostrato per le precedenti si è, che hanno le lor parti opposte equidistanti. Adunque due o piu rette linee, perche hanno le lor parti opposte equidistanti tutta l'una a tutta l'altra saranno equidistanti e parallele.

PRO-

LIBRO SESTO. 85
PROPOS. IIII.
CONVERSA.

Due o piu rette linee, se tutta l'una, a tutta l'altra è, equidistate e parallela, anche le lor parti opposte, faranno equidistanti e parallele.

PROPOS. V.

Due o piu rette linee parallele, perche
—— tutta l'una a tutta l'altra, ele
—— lor parti opposte sono parallele, se per lungo e per diritto
—— si allungherano, anche le parti allungate faranno parallele.

DEMOSTR.

Perche se le parti allungate per lungo e per diritto, non fossero parallele, le parti delle parallele, non sarebbero parallele, ne per diritto allungate.

Ma per lo supposto per diritto sono allungate, e dimostrato per la precedente si è, che le parti delle parallele sono parallele. Adunque due o piu rette linee parallele perche

perche tutta l'una a tutta l'altra, e le lor parti opposte sono parallele, se per lungo e per diritto s'allungheranno, anche le parti allungate saranno parallele.

PROPOS. VI.

Due o piu rettelinee parallele, perche per lungo e per diritto allungate hanno le parti allungate parallele, se elle in infinito s'allungheranno, saranno similmente parallele.

DEMOSTR.

Perche se in infinito per diretto allungate non fossero parallele, le parti allungate non sarebbono parallele.

Ma dimostrato per la precedente si è che le parti allungate per diritto sono parallele.

Adunque due o piu rette linee parallele, perche allungate per diritto, le parti allungate sono parallele, se anche in infinito s'allungheranno per diritto, saranno similmente parallele.

CORE-

CORELARIO.

Quello stesso che dell'allungamento da una banda fatto, si è dimostrato, si dimostrerà anco se l'allungamento si farà dall'altra banda.

PROPOS. VII.

Due o piu rette linee parallele perche in infinito da ambi i lati allungare per diritto, sono parallele, non mai le parti loro s'appressano fra loro.

DEMOSTR.

Perche se le parti ra loro s'appressassono, tutte esse linee, ne le parti loro sarebbono parallele, ne equidistanti.

Ma dimostrato per le precedenti si è, che e tutte esse, e le parti loro, sono parallele e equidistanti.

Adunque due o piu rette linee parallele perche in infinito da ambi i lati allungate per diritto sono parallele, non mai le parti loro, s'appressano fra loro.

PRO-

DELLA GEOMETRIA PROPOS. VIII.

Due, o piu rette linee parallele, perche le parti loro, non mai s'appressano fra loro, nõ mai cõorreranno o si congiungeranno.

DEMOSTR.

Perche se mai concorressero, o si cõgiungessero, le parti loro si appressarieno tra loro, e si sarieno appressate.

Ma dimostrato per la precedente si è che le parti loro, non mai s'appressano.

Adunque, due o piu rette linee parallele perche le parti loro, non mai s'appressano, non mai concorreranno, ne si congiungeranno.

Così quello che gli antichi delle parallele per diffinizione, come principio supposero, per molti mezzi si è da noi dimostrato.

E nel resto le linee rette parallele, hanno tutte le proprietà che in ispezie alla linea retta, e in genere alla linea conuengono.

RISOL.

RISOLUZIONE.

Le linee rette parallele, non mai si congiungono.

E cio perche le parti loro non mai s'appressano.

E cio perche le parti allungate sono parallele.

E cio perches'allungano per diritto.

E cio perche le parti delle prime sono parallele.

E cio perche tutta l'una, a tutta l'altra sono parallele.

E cio perche le parti dell'una opposte alle parti dell'altra, sono parallele.

E cio perche dette parti sono tra loro equidistanti.

E cio perche linee parallele sono quelle, che le lor parti opposte hanno parallele.

IL FINE.

M NVOVA

GEOMETRIA

DI FRANCESCO

PATRICI.



Delle rette Linee inclinate.

LIBRO VII.



LINEE inclinate io chiamo quelle, che per la ragione d'una alla-
to all'altra poste,

non sono, con le lor parti opposte,
equidistanti ne parallele.

E sono di due sorti.

L'una quando elle con gli estremi loro, piu
da una parte che dall'altra s'au-
vicinano.

L'al-

L'altra si é quando l'una d'esse con un suo
estremo all'altra fra gli estremi
s'auvicina.

Ragioniamo adunque primieramente in
genere delle rette linee inclinate, delle
quali gli antichi, niuna contemplazio-
ne fecero.

PROPOS. I.

Due o piu rette linee inclinate, perche
non sono parallele; l'una tutta
all'altra tutta non faranno
equidistanti.

DEMOSTR.

Perche se fossero tutta l'una a tutta l'altra
equidistanti, sarien parallelle.
Ma per lo supposto non sono parallele.
Adunque due o piu rette linee inclinate, per-
che non sono parallele, l'una tutta all'al-
tra tutta non sono equidistanti.

PROPOS. II.

CONVERSA.

Due o piu rette linee quando tutta a tut-
ta non

ta nō è equidistate, elle sono inclinate.

PROPOS. III.

Due o più rette linee inclinate, perche tutta a tutta non sono equidistanti ne anche le lor parti opposte, non haueranno equidistanti.



DEMOSTR.

Perche se le lor parti opposte fossero equidistanti, anche tutta a tutta sarebbono equidistanti.

Ma dimostrato s'è per la precedente che tutta a tutta non sono equidistanti.

Adunque due o più rette linee inclinate perche nō sono, tutta a tutta equidistanti, ne anche le parti haueranno equidistanti.

PROPOS. IIII.

CONVERSA.

Due o più rette linee inclinate, perche non hanno le parti equidistanti ne anche tutta a tutta sono equidistanti.



PRO-

PROPOS. V.

Due o più rette linee inclinate, perche non hanno le lor parti equidistanti, l'vna parte più e l'altra meno haueran distanti.

DEMOSTR.

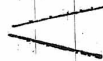
Perche se l'una parte piu, e l'altra meno non hauessero distanti elle sarebbono tutte equidistanti.

Ma dimostrato per la precedente si è, ch'el- le non sono equidistanti.

Adunque due, o più rette linee inclinate, perche non hanno le parti equidistanti, haueranno una parte piu, e l'altra meno distanti.

PROPOS. VI.

Due o più rette linee inclinate, perche hanno l'vna parte piu, e l'altra men distanti, se là oue piu distano si allungheranno per diritto s'èpre piu, e piu le parti allungate saran distanti.



DE-

DEMOSTR.

Perche se sempre piu le parti allungate non si facessero distanti non farebbono le linee da quel lato piu distanti.

Ma dimostrato per la precedente si è, che da un lato, sono piu distanti.

Adunque due o piu rette linee inclinate perche hanno l'una parte piu, e l'altra me distanti, se la oue piu distano per diritto s'allangheranno, sempre piu, e piu le parti allungate si faran distanti.

PROPOS. VII.

Due o piu rette linee inclinate, perche la oue piu distano, se per diritto s'allungheranno, sempre piu, e piu, le parti allungate distano, elle non mai concorranno.

DEMOSTR.

Perche se concorressero, non sempre piu distanti si sarien fatte, ma appressate si sarieno.

Ma

Ma dimostrato si è per la precedente che el le sempre piu, e piu distano.

Adunque, due o piu rette linee inclinate, perche la oue piu distano se per diritto s'allungano, sempre piu, e piu, le parti allungate distano, elle non mai concorranno.

PROPOS. VIII.

Due o piu rette linee inclinate, perche la oue piu distano allungate per diritto, non mai concorranno, non mai da quel lato si toccheranno, o congiungeranno.

DEMOSTR.

Perche se da quel lato si tocassero, o si congiungessero, anche sariano concorse.

Ma dimostrato per la precedente si è, che da quel lato non mai concorrono.

Adunque due o piu rette linee inclinate perche la oue piu distano allungate per diritto non mai concorrono, non mai da

quel

quel lato si toccheranno, o congiungeranno.

Così viene dimostrato, che il non mai concorrere, non è proprietà delle sole parallele, ma è anco in un lato commune con le inclinate. Il che non auuertirono gli antichi.

PROPOS. IX.

Due, o piu rette linee inclinate, perche allungate per diritto dal lato oue piu distano, non mai si congiungono, ne concorrono, e sempre più distano se dal lato oue meno distano per diritto s'allungheranno, sempre meno distaranno.



DEMOSTR.

Perche se sempre meno non distassero, o nel la medesima distanza prima si resterebbono, e così fareno parallele, o più distanti si fareno, e così le sue contrarie si fare-

no cioè, nelle sempre più distanti si muterieno.

Ma per lo supposto da quel lato meno distano.

Adunque due o più rette linee inclinate, perche allungate per diritto dal lato oue più distano, sempre più distano, se dal contrario lato oue meno distano per diritto s'allungheranno, sempre meno distaranno.

PROPOS. X.

Due, o piu rette linee inclinate, perche dal lato oue meno distano, allungate, sempre meno distano; sempre più s'appressano.

DEMOSTR.

Perche se sempre più non si appressassono, ne anche meno distarieno.

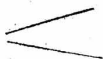
Ma dimostrato per la precedente si è, che elle allungate sempre meno distano.

Adunque due o più rette linee inclinate per che dal lato oue meno distano allungate

sempre meno distano, sempre più s'appressano.

PROPOS. XI.

Due o più rette linee inclinate, perche dalla parte oue meno distano allungate per diritto meno distano, e più s'appressano, più anche allungandosi, concorreranno finalmente.



DEMOSTR.

Perche se più anche allungandosi, non concorressero finalmente, non sempre più s'appresserebbono.

Ma per la precedente dimostrato si è, che allungandosi sempre più s'appressano.

Adunque due o più rette linee inclinate, perche dalla parte oue meno distano allungandosi, sempre più s'appressano, finalmente concorreranno.

PROPOS. XII.

Due o più rette linee inclinate, perche dal lato oue allungandosi più s'appressano

fano finalmente concorrono, quiui anche si congiungono.

DEMOSTR.

Perche se quiui oue concorrono, non si congiungessero, ne anche concorrerebbono. Ma dimostrato per la precedente si è, che elle concorrono finalmente.

Adunque, due o più rette linee inclinate, perche dal lato, oue allungandosi più s'appressano, finalmente concorrono, quiui anche si congiungono.

RISOLUZIONE

Due o più rette linee inclinate, allungate dal lato oue meno distano, si congiungeranno.

E cio perche allungandosi concorrono.

E cio perche allungandosi, più si appressano.

E cio, perche allungandosi sempre meno distano.

E cio perche da quel lato meno distano

Due, o più rette linee inclinate, allungando

do dal lato, oue piu distano non mai si congiungono.

E cio perche non mai concorrono.

E cio perche le parti allungandosi sempre piu e piu si fan distanti.

E cio perche hanno l'una parte piu e l'altra men distanti.

E cio perche non hanno le lor parti equidistanti.

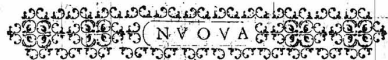
E cio, perche tutta a tutta nõ sono equidistanti.

E cio perche sono inclinate.

I L F I N E.



NVOVA



GEOMETRIA DI FRANCESCO

P A T R I C I.



Delle rette Linee diseparate.

L I B R O V I I I.



I N E E rette diseparate io chiamo quelle, che alcun rispetto hanno tra loro, ma non sono ne inclinate ne parallele, ne consequentisi.

Et di queste non appare che gli antichi faceuella ssero.

P R O P O S. I.

Due o piu rette linee diseparate non sono l'una all'altra, ne per lungo al diritto

— to ne per largo a lato poste.

D E M O S T R.

Perche se per largo al lato o per lungo al diritto fossero poste, o inclinate, o parallele o consequentisi sarebbono.

Ma per lo supposto, niuna delle dette sono.

Adunque due o piu rette linee diseparate, perche ne inclinate, ne parallele ne consequentisi sono, non sono l'una all'altra, ne per lungo al diritto, ne per largo al lato poste.

P R O P O S. II.

Due o piu rette linee, diseparate, perche non sono ne per lungo al diritto, ne

— per largo al lato l'una all'altra
— poste, faranno in tutto l'una
— all'altra in disparte.

D E M O S T R.

Perche se l'una all'altra non fosse del tutto in disparte, elle sarebbono, o per lungo al diritto, o per largo al lato l'una all'altra poste.

Ma

Ma dimostrato per la precedente si è che l'una all'altra non sono ne per lungo al diritto, ne per largo al lato poste,

Adunque, due o piu rette linee diseparate, perche non sono ne per lungo al diritto ne per largo l'una all'altra poste, elle faranno in tutto l'una all'altra in disparte.

P R O P O S. III.

Due o piu rette linee diseparate se dai

— piu uicini punti loro estremi
— si allugherano per diritto, o
— parallele diuengono o incli-
— nate.

D E M O S T R.

Perche se o parallele, o inclinate non diuenissero, elle non si allungherebbono.

Ma per lo supposto, elle s'allungano.

Adunque due o piu rette linee diseparate, perche da i piu uicini loro punti estremi s'allungano per diritto, o parallele, o inclinate diuengono.

P R O -

DELLA GEOMETRIA PROPOS. IIII.

Due, o piu rette linee diseparate,
perche da i piu uicini loro pun-
ti allungate per diritto, o paral-
lele diuengono, o inclinate, se pa-
rallele faranno, tutte le proprie-
ta gia dimostrate delle paralle-
le loro conuerranno -

DEMOSTR.

*Perche se tutte dette proprietà loro non cō-
uenissero, parallele non farebbono diue-
nute.*

*Ma per lo supposto, elle sono parallele diue-
nute.*

*Adunque due o piu rette linee diseparate
perche allungate per diritto, parallele
possono diuenire, tutte le proprietà già di-
mostrate delle parallele, loro conuer-
ranno.*

PROPOS. V.

Due o piu rette linee diseparate, perche
dai

da i piu vicini pūti loro estre-
mi, alligate per diritto, incli-
nate possono diuenire, tutte
le proprietà già dimostrate
delle linee inclinate, loro con-
uerranno.

DEMOSTR.

*Perche se tutte dette proprietà loro non cō-
uenissero, inclinate non farebbono diue-
nute.*

*Ma per lo supposto, elle inclinate sono di-
uenute.*

*Adunque due o piu rette linee diseparate
perche da i piu vicini loro punti estremi
allungate per diritto, inclinate possono
diuenire, tutte le proprietà delle inclina-
te già dimostrate, loro conuerranno.*

PROPOS. VI.

Due o piu rette linee diseparate, perche
inclinate linee possono diue-
nire, e lor conuengono tutte
le proprietà, dimostrate del-

O lein-

le inclinate, potranno anco, dal lato oue meno son distanti, allungandosi concorrere, e congiungersi.

D E M O S T R.

Perche se concorrere, e congiungersi non si potessero, ne anche le proprietà delle inclinate lor conuerrebbero.

*Ma dimostrato per la precedente si è, che le proprietà delle inclinate lor conuen-
gono.*

*Adunque due opiu rette linee diseparate perche le proprietà delle inclinate lor conuen-
gono, potranno dal lato oue meno di-
stano concorrere, e congiungersi.*

I L F I N E.



GEOMETRIA DI FRANCESCO

P A T R I C I.



Delle rette Linee toccantifi.

L I B R O I X.



DI M O S T R A T O si è,
che le rette linee inclinate, e
le fatte inclinate, quando so-
no allungate, alla fine uen-
gono a toccarsi, conseguente è, ch' ora si
dica di questo toccamento, o congiungi-
mento di due rette linee. Del quale gli
antichi niuna cosa dimostrarono.

P R O P O S. I.

Se da un punto nello spazio posto a due

o 2 altri

altri punti nello spazio posti,
due linee rette si segneranno,
o per diritto, o per non diritto
si segneranno.

D E M O S T R.

Perche se, ne per diritto, ne per non diritto
si segnaſſero, in niun modo si segne-
rebbero, nulla eſſendo in mezzo fra l'af-
fermativa, e negativa.

Ma per lo ſuppoſto, elle da un punto a due
altri punti, ſi ſegnano.

Adunque ſe da un punto a due altri punti
due rette linee ſi ſegneranno, o per di-
ritto, o per non diritto ſi ſegneranno.

Ma di quelle che per diritto ſi ſegnano, già
ſi è ne gli antecedenti libri ragionato, e
non fa meſtieri di piu dirne.

P R O P O S. II.

Se da un punto due rette linee, per non
• • diritto ſi ſegneranno, fra il pun-
to e le linee ſpazio, è compreſo.



D E-

D E M O S T R.

Perche ſe ſpazio tra loro non foſſe, compre-
ſo, per diritto ſarien ſegnate.

Ma per lo ſuppoſto per non diritto ſono ſe-
gnate.

Adunque ſe da un punto, due rette linee
per non diritto ſi ſegneranno, fra il pun-
to e le linee, ſpazio ſara compreſo.

P R O P O S. III.

Da un punto, perche ſi puo due rette li-
nee ſegnare, elle l'una all'altra in-
clinanti ſi potran ſegnare.

D E M O S T R.

Perche ſe l'una all'altra inclinati, non ſi po-
teſſero ſegnare, ne anche ſi potrebbero
da un punto, a due altri punti due rette
linee ſegnare.

Ma dimoſtrato per la precedente ſi è, che
da un punto a due altri punti ſi poſſono
due rette linee ſegnare.

Adunque da un punto, perche ſi puo due
rette linee ſegnate, elle l'una all'altra
incli-

inclinanti si potran segnare.

PROPOS. IIII.

Da un punto, perche due rettelinee l'una all'altra inclinanti si possono segnare, anco l'una dall'altra rifuggenti li potran fagnare.

DEMOSTR.

Perche se rifuggenti nō poteffono segnarsi, ne anche inclinanti si potrebbero segnare.

Però che posto l'un contrario, per neceffità anche l'altro é da porsi.

Ma dimostrato per la precedente si é, che inclinanti si possono segnare.

Adunque da un punto, perche due rette linee l'una all'altra inclinanti, si possono segnare, anco l'una dall'altra rifuggenti si potran segnare.

PROPOS. V.

Da un punto, perche due rette linee inclinanti, e rifuggenti, si possono segnare, anche, non inclinanti, ne rifuggenti si potran segnare.

DE-

DEMOSTR.

Perche, se ne inclinanti, ne rifuggenti, non si poteffero segnare, ne anco le rifuggenti, e le inclinanti nō si potrien segnare. Ma dimostrato per le precedenti si é che e le inclinanti, e le rifuggenti si possono segnare.

Adunque da un punto, perche due rette linee e inclinanti e rifuggenti si possono segnare, si potranno anche segnare le non inclinanti e le non rifuggenti.

PROPOS. VI.

Da un punto perche due rette linee, ne inclinanti, ne rifuggenti si possono tirare, elle faranno apunto nel mezzo tra la fuga, e la inclinazione.

DEMOSTR.

Perche se appunto nel mezzo tra la fuga e la inclinazion non fossero, o inclinanti sarebbono.

Ma dimostrato per la precedente si é, che

ne in-

ne inclinanti, ne rifuggenti sono.

Adunque da un punto, perche due rette linee, ne inclinanti ne rifuggenti si possono tirare, elle saranno appunto nel mezzo tra la fuga e la inclinazione.

PROPOS. VII.

Da un puto, perche due rette linee si possono tirare, che appunto nel mezzo tra la fuga, e la inclinazione stieno, elle quel sito mai non mutano.



DEMOSTR.

Perche s'elle quel sito mutassero, non più tra la fuga e la inclinazione starieno nel mezzo appunto.

Ma dimostrato per la precedente si è, che elle tra la fuga, e la inclinazione stiano nel mezzo appunto.

Adunque da un punto, perche due rette linee si possono tirare, che appunto nel mezzo tra la fuga, e la inclinazione stieno, elle quel sito mai non mutano.

E que-

E queste noi chiamiamo, con nome antico, perpendicolati, e con nostro l'una all'altra a piombo.

PROPOS. VIII.

Da un punto, perche due rette linee si possono tirare, che sito dal mezzo appunto mai non mutino, le inclinanti, e le rifuggenti più, e più dal mezzo si potranno discostare.



DEMOSTR.

Perche s'elle più e men dal mezzo non si potessero scostare, sito non mai muterieno.

Ma dimostrato per la precedente si è che il non mutar sito, è delle perpendicolari.

Adunque da un punto, perche due rette linee, si possono tirare, che sito dal mezzo appunto, mai non mutano, le inclinanti, e le rifuggenti più e, più dal mezzo si potranno discostare.

P PRO-

114 DELLA GEOMETRIA
PROPOS. IX.

Da un punto, perche due rette linee inclinate si possono tirare che piu e piu dal mezzo discostando-

 si, piu, e piu s'inclinino, tanto finalmente dal mezzo si potranno discostare, e inclinare che uëganol'una all'altra ad addattarsi.

DEMOSTR.

Perche se addattare non si potessero, non potrebbero dal mezzo piu e piu scostarsi, e inclinarsi.

Ma dimostrato per la precedente si é, che elle piu, e piu dal mezzo possono scostarsi, e inclinarsi.

Adunque da un punto, perche due rette linee inclinanti, si possono tirare, che piu, e piu dal mezzo discostandosi, piu, e piu si inclinino, tanto finalmente dal mezzo si potranno discostare, e inclinare, che uëganol'una all'altra ad addattarsi.

PRO-

LIBRO NONO. 115
PROPOS. X.

Da un punto, perche si possono due rette linee tirare, che piu, e piu inclinandosi uengano ad addattarsi, una linea diueranno, e non piu inclinare si potranno.

DEMOSTR.

Perche se piu inclinare si potessero, e non fossero una linea diuenute, addattare non si farien potute.

Ma dimostrato per la precedente s'é, che alla fine elle s'addattano.

Adunque da un punto, perche due rette linee si possono tirare, che piu, e piu inclinandosi uengano ad addattarsi, una linea saranno diuenute, e non piu inclinare si potranno.

PROPOS. XI.

Da un punto, perche due rette linee si

 possono tirare, piu e meno dal mezzo rifuggenti, potranno tanto dal mezzo ri
 P 2 fuggi-

fuggire, che uēgano, a porsi l'una all'altra per diritto.

DEMOSTR.

Perche se non potessero l'una, all'altra porsi per diritto, non potrebbero piu, e meno dal mezzo discostarsi e rifuggire.

Ma dimostrato per la ottaua si é, ch'el le possono piu e meno dal mezzo discostarsi, e rifuggire.

Adunque da un punto, perche due rette linee si possono tirare, piu, e meno dal mezzo, o rifuggenti, potranno tanto dal mezzo o rifuggire, che uengano a porsi l'una all'altra per diritto.

PROPOS. XII.

Da un punto, perche si possono due rette linee tirare, tanto dal mezzo rifuggenti, che uēgano a porsi l'una all'altra per diritto, elle farano una linea conseguētesì diuenuta.

DE-

DEMOSTR.

Perche se elle non fossero una linea conseguētesì diuenuta, ne anche si sarebbero l'una, all'altra poste per diritto.

Ma dimostrato per la precedente si é, ch'el le si son l'una, all'altra poste per diritto.

Adunque da un punto perche si possono due rette linee tirare, tanto dal mezzo rifuggenti che uengano l'una all'altra, a porsi per diritto, elle saranno una linea conseguētesì diuenuta.

RISOLVTIONE.

Da un punto due rette linee tirate possono una conseguētesì diuenire.

E cio perche possono l'una, all'altra porsi per diritto.

E cio pche piu, e piu possono rifuggirsi.

E due rette linee da un punto tirate l'una all'altra inclinanti, possono una linea diuenire.

E cio perche possono addattarsi.

E cio perche possono piu, e piu inclinarsi dal

si dal mezzo discostandosi.

E cio perche tra le rifuggenti, e le incli-
nanti, il mezzo, non mai muta sito.

E cio perche si puo due rette linee tirare
tra la fugga e la inclinazione appunto
nel mezzo.

E cio perche anche, non rifuggenti, e non
inclinanti si possono segnare.

E cio perche l'una dall'altra rifuggenti si
possono segnare.

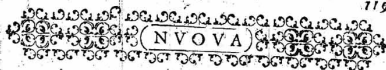
E cio perche l'una dall'altra rifuggenti si
possono segnare.

E cio perche anche inclinanti si possono
segnare,

E cio perche fra il punto e le due linee
spazio è compreso.

E cio perche da un pūto nello spazio po-
sto, a due altri punti per nō diritto po-
sti, si possono due rette linee segnare.

IL FINE.



GEOMETRIA DI FRANCESCO

P A T R I C I.



Dell'angolo Rettilineo.

L I B R O X.



*PERCHE del toccamento
in un punto di due rette linee,
e della inclinazione e mezza
nita, e fugga loro si è nel pre-
cedente libro ragionato, segue ora che
delle stesse linee si ragioni, in quanto el-
le nel toccamento lor sudetto, formano
l'angolo. Il quale nell'ordine de soggetti
Geometrici habbiamo posto il terzo. e del
quale gli antichi molte cose suppossero,*

e nu-

e niuna come d'angolo dimostrarono. e
così il disfinirono.

L'angolo piano è la inclinazione alterna
di due linee, che in piano si tocca-
no, e non giacciono per diritto.

Ma noi d'altra maniera il diffiniamo.

Angolo e lo spazio, fra due linee
al toccamento lor compreso.

Angolo rettilineo, è lo spazio fra due ret-
te linee al toccamento lor compreso.

PROPOS. I.

Se da un punto a due altri punti, non per
diritto nello spazio segnati
due rette linee si tireranno
fra i punti, e le linee spazio
fara compreso.

DEMOSTR.

Perche se spazio, tra i punti, e le linee non
fosse compreso, per diritto, e i punti e le li-
nee sarien segnate.

Ma per lo supposto, per non diritto, e i pun-
ti, e le linee sono segnate.

Adun.

Adunque se da un punto, a due altri pun-
ti, non per diritto nello spazio segnati,
due rette linee si tireranno, fra i punti e
le linee spazio fara compreso.

E quello spazio al toccamento del punto e
delle due linee, angolo è chiamato.

PROPOS. II.

Da un punto perche si puo due rette li-
nee tirare, che spazio, e angolo
comprendano, se elle farānol' u-
na all'altra perpendicolari, quel
l'angolo fara mezzano fra gli an-
goli di inclinazione, e di fuga
delle linee.

DEMOSTR.

Perche se quell'angolo non fosse mezzano,
le linee non sarebbero l'una all'altra
perpendicolari.

Ma per lo supposto elle sono perpendicola-
ri, o a piombo.

Adunque da un punto perche si puo due ret-
te linee tirate, che spazio et angolo com-

Q pren-

*prendano, se elle faranno perpendicola-
ri quell'angolo sarà mezzano fra gli an-
goli di inclinazione, e fuga delle linee.
E questo angolo fu da gli antichi nominato
retto.*

PROPOS. III.



Da un punto perche si puo
due rette linee tirare perpen-
dicolari che cōprédano angò-
lo mezzano, e retto, egli sem-
pre sarà retto.

DEMOSTR.

*Perche s'egli sempre retto non fosse, ne an-
che mezzano sarebbe, ne da perpendico-
lari linee compreso,*

*Ma dimostrato si é, per la precedente ch'e-
gli é mezzano da perpendicolari linee
compreso.*

*Adunque da un pñto, perche si puo due ret-
te linee tirate perpendicolari che com-
prendano angòlo mezzano e retto, egli
sempre sarà retto.*

PRO-

PROPOS. IIII.

CONVERSA.

Que l'angolo sarà retto sarà sempre mez-
zano e', da da due rette linee perpedi-
colari compreso.

PROPOS. V.



L'angolo retto da due perpendicolari ret-
te linee compreso, perche sem-
pre é retto, il suo sito dal ret-
to mai non uaria.

DEMOSTR.

*Perche se il suo sito uariasse ne retto sem-
pre sarebbe; ne da due perpendicolari li-
nee compreso.*

*Ma dimostrato per le due precedenti si é,
che e da due perpendicolari linee è com-
preso, e sempre é retto.*

*Adunque l'angolo retto, da due perpendi-
colari rette linee compreso perche sèpre é
retto, il suo sito dal retto mai non uaria.*

PROPOS. VI.

L'angolo retto, perche il suo sito dal retto

to mai non uaria egli non si fa, di se, ne minore, ne maggiore.

DEMOSTR.

Perche se di se o minore o maggiore si facesse, egli il suo sito dal retto uarierebbe. Ma dimostrato per la precedente si è, ch'egli il sito suo dal retto mai non uaria. Adunque l'angolo retto, perche il sito suo dal retto mai non uaria egli non si fa di se, ne minore, ne maggiore.

PROPOS. VII.

L'angolo retto, perche non si fa di se ne minore, ne maggiore, egli è a se stesso sempre uguale.

DEMOSTR.

Perche se egli a se stesso non fosse sempre uguale, o minore, o maggiore di se si farebbe. Ma dimostrato per la precedente si è, ch'egli non si fa di se ne minore, ne maggiore. Adunque l'angolo retto, perche non si fa di se ne minore, ne maggiore, egli è, a se stesso sempre uguale.

PRO-

PROPOS. VIII.

L'angolo retto perche è, a se stesso sempre uguale, fa che tutti gli angoli retti, sono l'uno all'altro uguali.

DEMOSTR.

Perche se tutti gli angoli retti, non fossero l'uno all'altro uguali, non sarebbe l'angolo retto a se stesso sempre uguale. Ma dimostrato per la precedente si è, che l'angolo retto, è a se stesso sempre uguale. Adunque l'angolo retto, perche a se stesso è sempre uguale, fa che tutti gli angoli retti sono l'uno all'altro uguali.

PROPOS. IX.

Gli angoli retti, perche sono tutti l'uno all'altro uguali, quel'angolo che ad un retto non è uguale, angolo retto non è

DEMOSTR.

Percioche se ad un retto fosse uguale, angolo retto sarebbe anch'egli.

Ma

Ma dimostrato per la precedente si è che tutti gli angoli retti sono l'uno all'altro uguali,

Adunque gli angoli retti perche sono tutti l'uno all'altro uguali, quell'angolo, che ad un retto non è uguale, angolo retto non è.

PROPOS. X.

Quell'angolo, che ad un retto non è uguale, perche angolo retto non è, o minore, o maggiore, fara del retto,



DEMOSTR.

Perche se ne minore, ne maggiore dell'angolo retto non fosse, ad un retto uqual farebbe.

Ma dimostrato per la precedente si è, che l'angolo che ad un retto non è uguale, angolo retto non è.

Adunque, quell'angolo, che ad un retto non è uguale, perche angolo retto non è, o minore, o maggiore fara del retto.

PRO-

PROPOS. XI.

L'angolo che retto non è, ma o minore, o maggior del retto, non farà da due linee perpendicolari compreso.



DEMOSTR.

Perche se da due linee perpendicolari fosse compreso, angolo retto farebbe, e non minore, ne maggior del retto.

Ma dimostrato per la precedente si è, ch'egli angolo retto non è ma o minore, o maggior del retto.

Adunque l'angolo che retto non è, ma o minore, o maggior del retto, non fara da due linee perpendicolari compreso.

PROPOS. XII.

L'angolo, o minore, o maggior del retto, perche non e da perpendicolari linee compreso fara conpreso da linee, o inclinanti, o rifuggenti.



DE-

D E M O S T R.

Perche se o da inclinati, o da rifuggenti linee non fosse compreso da perpendicolari linee saria compreso.

Ma dimostrato, per la precedente si è, che da perpendicolari linee non è compreso.

Adunque l'angolo, o minore, o maggior del retto, perche non è da perpendicolari linee compreso, sarà compreso da linee, o inclinati, o rifuggenti.

S I A P R I M A
D A I N C L I N A N T I.

Inclinante linea è quella che dal medesimo punto delle due perpendicolari, fra lor si tira.



P R O P O S. XIII.

La linea inclinante, perche da uno stesso punto delle due perpendicolari fra lor si tira, è ad ambe due inclinante.

D E M O S T R.

Perche se ad ambe due non fosse inclinante, sarebbe o perpendicolare, o rifuggente.

Ma

Ma per lo supposto, ella è inclinante.

Adunque la linea inclinante, perche dal medesimo punto delle due perpendicolari, fra lor si tira, è ad ambe due inclinante.

P R O P O S. XIII.

La linea inclinante perche ad ambedue le perpendicolari è inclinante fra loro fa due angoli.



D E M O S T R.

Perche se fra loro due angoli non facesse, ne ad ambe due saria inclinante, ne fra lor tirata.

Ma dimostrato si è, che ella ad ambedue è inclinante, e per la diffinizion sua è fra lor tirata.

Adunque la linea inclinante, perche ad ambedue le perpendicolari è inclinante, fra loro fa due angoli.

P R O P O S. XV.

La linea inclinante, perche fra le perpendicolari fa due angoli essi faranno parti del primo ang-



R lo

lo retto, fra le perpendicolar compreso.

D E M O S T R.

Perche se i due angoli non fossero parti del primo angolo retto non sarebbero dalla inclinante fra le perpendicolar fatti.

Ma dimostrato per la precedente si è, che essi dalla inclinante fra le perpendicolar sono fatti. e fra le perpendicolar era angolo retto.

Adunque la linea inclinante, perche fra le perpendicolar fa due angoli, essi sono parti del primo retto.

PROPOS. XVI.

La linea inclinante, perche fra le perpendicolar fa due angoli, che sono parti del primo retto. ciascuno di essi è minor del retto.



D E M O S T R.

Perche se minnri non fossero del retto, sue parti non sarieno.

Ma dimostrato per la precedente si è, che
essi

essi sono parti del primo retto. Et ogni parte per l'assioma è minor del tutto.

Adunque la linea inclinante, perche fra le perpendicolar fa due angoli che sono parti del primo retto, ciascuno d'essi è minor del retto.

E questo gli antichi dimandarono acuto.

PROPOS. XVII.

La linea inclinante, perche fra le perpendicolar, fa due angoli acuti minori ciascuno del retto, ogni angolo acuto, sarà minore di ogni angolo retto.



D E M O S T R.

Perche se ogni angolo acuto, minor non fosse d'ogni angolo retto, ne anco i due acuti fatti dalla inclinante fra le perpendicolar, sarebbero minori del primo retto.

Ma dimostrato per la precedente si è, che i due angoli fatti dalla inclinante fra le perpendicolar sono del primo retto ciascun minore.

R 2 Adun.

Adunque, perche la linea inclinante fa due angoli acuti, fra le perpendicolari, minori ciascuno del primo retto, ogni angolo acuto, fara minore d'ogni angolo retto. E cosi uiene prouato, quello che gli antichi per diffinitione supposero come precipio

PROPOS. XVIII.

La linea inclinante perche fra due perpendicolari fa due angoli minori del retto, quanto ella piu all'una delle perpendicolari inclinera, tanto minore uerso quella fara l'angolo,

D E M O S T R.

Perche se tanto minore non facesse quell'angolo, la inclinazione sua, non farebbe gli angoli del retto minori.

Ma dimostrato per la precedente si è, che ella gli fa minori.

Adunque la linea inclinante, perche fa gli angoli minori del retto quanto piu uerso l'una fara inclinante, tanto piu uerso quel-

quella fara l'angolo minore.

P R P O S. XIX.

La linea inclinante, perche quanto piu uerso una perpendicolare inclina, tanto piu fa l'angolo minore, fara il compagno tanto maggiore.

D E M O S T R.

Perche se il compagno tanto maggior non fosse, l'altro tanto minore non farebbe. Ma dimostrato per la precedente si è, che questo tanto è minore,

Adunque la linea inclinante, perche quanto piu uerso una perpendicolare inclina, tanto piu fa l'angolo minore, fara il compagno tanto maggiore.

P R O P O S. XX.

La linea inclinante, perche quanto piu uerso l'una perpendicolare inclina, fa l'angolo minore, ella puo tanto inclinare che faccia l'angolo minimo.

D E

DEMOSTR.

Perche se elle non potesse tanto inclinare, che facesse l'angolo minimo, ne anche potrebbe tanto inclinare, che facesse l'angolo minore.

Ma dimostrato per la precedente si è che faccia l'angolo minore.

Adunque la linea inclinante, puo uerso l'altro tanto inclinare, che faccia l'angolo minimo.

Cio è, di cui minore angolo non possa essere.

PROPOS. XXI.

La linea inclinante, perche puo uerso una perpendicolare tanto inclinare, che faccia l'angolo minimo, l'angolo compagno fara fra linee inclinanti il massimo.

DEMOSTR.

Perche se il compagno delle inclinanti il massimo non fosse l'altro non sarebbe minimo.

Ma dimostrato per la precedente si è, che l'altro è minimo,

Adun-

Adunque la linea inclinante, perche puo tanto inclinare, che faccia l'angolo minimo, il compagno fra le inclinanti fara il massimo.

PROPOS. XXII.

La linea inclinante, perche puo uerso l'una delle perpendicolari, tanto inclinare, che faccia uerso quella l'angolo minimo, e uerso l'altro angolo delle inclinanti il massimo, se ella anche piu inclinera, niuno angolo farà, ma alla prossima perpendicolare s'addattera, e con lei diuentera una.

DEMOSTR.

Perche se piu inclinando alcun angolo facesse, minere del minimo, il farebbe.

Ma per le cose già dimostrate e diffinite, niente puo essere minor del minimo.

Adunque la linea inclinante, perche; puo piu inclinando fare angolo minimo se piu inclinera niun angolo fara, e con la prossima

fina

simā addattādoſi, con lei diuentera una

DELLA LINEA

RIFUGGENTE.

Linea rifuggente è quella, che dal medefimo punto delle due perpendicolari, fuor di quelle non per diritto è tirata.



PROPOS I.

La linea rifuggente, perche dal medefimo punto di due perpendicolari, è fuor di quelle tirata, pone l'una di quelle fra ſe, e la compagna.



DEMOSTR.

Perche ſe l'una delle perpendicolari fra la rifuggente, e la compagna non reſtaſſe, la rifuggente non ſarebbe tirata fuori di eſſe.

Ma per la diſſinizione ella è tirata fuori d'eſſe.

Adunque la linea rifuggente perche dal medefimo punto delle perpendicolari, fuori di eſ-

di eſſe e tirata pone l'una di eſſe fra ſe compagna.

PROPOS II.

La retta linea rifuggente, perche pone l'una delle perpendicolari, fra ſe e la compagna, fra ſe, e la di mezzo, un angolo cagiona.



DEMOSTR.

Perche ſe fra loro, angolo non ſi faceſſe, ella per diritto ſaria tirata.

Ma per la diſſinizione ſua, ella non è tirata per diritto.

Adunque la retta linea rifuggente, perche pone l'una delle perpendicolari, fra ſe, e la compagna, fra ſe, e la di mezzo un angolo cagiona.

PROPOS. III.

La retta linea rifuggente, perche fra ſe e la di mezzo, un angolo cagiona, fra ſe e la compagna, due angoli farà.



S DE-

D E M O S T R.

Perche se fra se, e la compagna due angoli non fossero, ne anche tra se e la di mezzo un angolo sarebbe.

Ma dimostrato per la precedente si è, ch'ella fra se, e la di mezzo, un angolo cagiona, e fra le due perpendicolari un angolo era.

Adunque la retta linea rifuggente, perche fra se, e la di mezzo un angolo cagiona; fra se, e la compagna due angoli farà.

P R O P O S. I I I I.

La retta linea rifuggente, perche fra se e la compagna due angoli fa, quegli angoli ambedue presi insieme faran maggiori di un solo angolo retto.

D E M O S T R.

Perche se i due angoli, presi insieme, maggiori non fossero di un sol retto, l'angolo tra essa e la di mezzo, angolo non sarebbe.

Ma dimostrato per la 11. si è che fra se e la di mez-

di mezzo un angolo cagiona.

Adunque la retta linea rifuggente, perche fra se, e la compagna due angoli cagiona, ambedue presi insieme, faran maggiori di un sol retto.

P R O P O S. V.

La retta linea rifuggente, perche fra se e la compagna, due angoli fa, che presi insieme, sono maggiori di un sol retto, se la di mezzo si torrà via, un solo angolo le due prime si faranno, maggiore, del primo retto.

D E M O S T R.

Perche se quello di due, un solo divenuto, del primo retto maggior non fosse, ne angoli due, che eran prima maggiori, fareno stati di un sol retto.

Ma dimostrato per la precedente si è, che i due presi insieme erano di un sol retto maggiori.

Adunque la retta linea rifuggente, perche fra se, e la compagna due angoli fa, che presi insieme, sono maggiori di un sol retto se la di mezzo si torra uia, un solo angolo li due primi si faranno, maggiore del primo retto.

Questo angolo maggiore del retto, gli antichi nominarono ottuso e senza dimostrarlo, supposero che del retto fosse maggiore. Il che noi habbiamo dimostrato.

PROPOS. VI.

La retta linea rifuggente, perche fa l'angolo ottuso maggior del retto, ogni angolo ottuso, farà maggiore d'ogni angolo retto.

DEMOSTR.

Perche se ogni angolo ottuso, non fosse maggiore d'ogni retto, ne anco l'ottuso sudetto, saria maggiore dell'angolo retto sopra detto, la stessa ragion essendo in tutti. Ma dimostrato per la precedente si è che

l'ot

l'ottuso angolo è maggior del retto.

Adunque la retta linea rifuggente, perche fa l'angolo ottuso maggior del retto, ogni angolo ottuso, sarà maggiore di ogni angolo retto,

PROPOS. VII.

La retta linea rifuggente, perche fa l'angolo ottuso, ch'è maggior del retto, se minimo spaziao dalla di mezzo rifuggirà, farà angolo ottuso minimo.

DEMOSTR.

Perche se minimo angolo ottuso non facesse, spaziao minimo dalla di mezzo non, rifuggirebbe, ne ottuso angolo sarebbe.

Ma dimostrato già si è, ch'ella ottuso angolo fa, e per lo supposto, minimo spaziao rifugge.

Adunque la retta linea rifuggente se minimo spaziao dalla di mezzo rifuggirà farà angolo ottuso minimo.

PRO-

PROPOS. VIII.

La retta linea rifuggente, perche rifuggendo dalla di mezzo, puo far angolo ottuso minimo, se piu da lei rifuggirà, farà angolo ottuso, maggiore dell'ottuso minimo.

DEMOSTR.

Perche se dalla di mezzo piu rifuggendo, non facesse angolo ottuso maggiore dell'ottuso minimo, ne anche il minimo primo, non hauerebbe fatto.

Ma dimostrato per la precedente si è, che rifuggendo, angolo ottuso minimo ha fatto. Adunque la retta linea rifuggente, perche rifuggendo dalla di mezzo, puo far angolo ottuso minimo, se piu da lei rifuggirà, farà angolo ottuso maggiore dell'ottuso minimo.

PROPOS. IX.

La retta linea rifuggente, perche, dalla di mezzo piu rifuggendo puo fare ang-

lo ot-

lo ottuso maggiore dell'ottuso minimo; quanto ella più rifuggirà, tanto l'angolo ottuso farà maggiore.

DEMOSTR.

Perche se, quanto ella più rifuggirà, tanto l'angolo ottuso maggiore non facesse, ne anche maggiore del minimo l'hauerebbe fatto.

Ma dimostrato per la precedente si è, che più rifuggendo, maggiore angolo, del minimo ottuso ha fatto,

Adunque la retta linea rifuggente, perche più rifuggendo, maggiore angolo ottuso, dell'ottuso minimo puo fare, quanto più rifuggirà, tanto l'angolo farà maggiore.

PROPOS. X.

La retta linea rifuggente, perche quanto più rifugge, tanto maggiore l'angolo fa, ella tanto potrà rifuggire, che angolo ottuso massimo uerrà a fare.

DE-

DEMOSTR.

Perche se ella tanto non potesse rifuggire, ne anche, quanto piu rifuggia, tanto maggiore angolo non haurebbe fatto.

Ma dimostrato per la precedente si è, che quanto piu si rifuggia tanto maggior angolo facea.

Adunque la retta linea rifuggente perche quanto piu rifuggia, tanto maggiore angolo facea; ella potrà tanto rifuggire, che angolo ottuso massimo uerrà a fare.

PROP. S. XI.

La retta linea rifuggente, perche puo tanto rifuggire, che angolo ottuso massimo uenga a fare, se piu rifuggirà, al diritto della compagna perpendicolare uerrà a porsi.

DEMOSTR.

Perche se al diritto di lei porsi non potesse, ne anche tanto rifuggire hauria potuto, che ottuso angolo massimo hauesse fatto, Ma dimostrato per la precedente si è, ch'el

la tan-

la tanto rifuggire ha potuto, che angolo ottuso massimo ha fatto.

Adunque la retta linea rifuggente, perche tanto ha potuto rifuggire, che angolo ottuso massimo ha fatto,

S'ella piu rifuggira, al diritto della compagna perpendicolare uerrà a porsi.

PROP. S. XII.

La retta linea rifuggente, perche puo tanto rifuggire, che al diritto della compagna perpendicolare uenga a porsi, allora niuno angolo farà.

DEMOSTR.

Perche se ella alcun angolo facesse, non si farebbe al diritto alla compagna perpendicolare posta.

Ma dimostrato per la precedente si è che ella rifuggendo, al diritto della compagna perpendicolare uerrà a porsi.

Adunque la retta linea rifuggente perche puo tanto rifuggire, che al diritto della

T

compa-

compagna perpendicolare, uenga a porsi, allora niuno angolo farà.

COROLLARIO.

E posta per diritto a quella, a lei congiunta essendo, tutta una linea si farà seco.

RISOLUZIONE.

La retta linea rifuggente, puo con la compagna perpendicolare, tutta una linea diuenire.

E cio perche niuno angolo seco fa.

E cio perche al diritto a lei s'è posta.

E cio perche oltre all'angolo massimo è rifuggita. (re.

E cio pche angolo massimo ha potuto fa

E cio perche quanto piu rifuggia tanto maggiore angolo faccia.

E cio perche dal minimo ottuso angolo piu rifuggendo, maggiore del minimo angolo faccia.

E cio perche dalla di mezzo per minimo spazio rifuggendo, minimo ottuso angolo faccia.

E cio

E cio perche l'angolo ottuso maggior del retto ella faccia

E cio perche ogni angolo ottuso, maggiore d'ogni retto ella faccia.

E cio perche l'angolo ottuso, maggior del retto ella faccia.

E cio perche i due angoli da lei fatti, tolta uia la di mezzo, un sol angolo si faccia ottuso, e maggiore del primo retto.

E cio perche li due insieme presi, eran maggiori d'un sol retto.

E cio perche fra se, e la compagna due angoli faccia.

E cio, perche fra se, e la di mezzo un'angolo faccia.

E cio perche pona l'una delle perpendicolari fra se e la compagna.

E cio perche dal medesimo punto delle perpendicolari, ella fuora di esse si tiraua.

E cio perche la linea rifuggente è quella che dal medesimo punto delle due per-

T 2 pendi-

pendicolari fuora di esse finita.

RISOLVZIONE

DELLE INCLINANTI.

La linea inclinante può una diuenire con una delle perpendicolari.

E cio perche le se può addattare.

E cio pche piu del minimo angolo può inclinare.

E cio pche può minimo angolo formare

E cio perche può minor angolo formare

E cio perche ogni angolo acuto è del retto minore.

E cio perche del retto è parte.

E cio perche fra due perpendicolari fa due angoli.

E cio perche ad ambedue è inclinante,

E cio perche fra loro è tirata.

E cio perche linea inclinante è quella che fra due perpendicolari si tira.

RISOLVZION

DELLE PERPENDICOLARI.

L'angolo può essere compreso da rette li-

nec

nec, o inclinante, o rifuggente.

E cio perche o minore, o maggiore è del retto.

E cio perche retto non è.

E cio perche ad un retto non è uguale.

E cio perche i retti, tutti sono uguali fra loro.

E cio perche il retto, a se stesso è sempre uguale.

E cio perche ne minore di se si fa ne maggiore.

E cio perche il suo sito mai non uaria.

E cio perche sempre è retto.

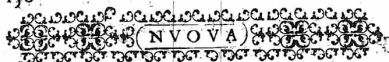
E cio perche si può da un punto due rette linee tirate, che retto e mezzano angolo comprendano.

E cio pche l'angolo fra due perpendicolari, e mezzano fra inclinazione & fugga.

E cio perche due linee da un punto tirate fra il punto e le linee spazio è compreso.

E cio perche l'angolo e lo spazio fra due linee è al toccamento lor compreso.

I L F I N E.



GEOMETRIA DI FRANCESCO PATRICI.



Delle rette Linee cadenti,
suttese.

LIBRO XI.



CADENTE retta linea
io chiamo quella, che
sopra un'altra retta
linea cade, e con un



suo estremo la tocca fra gli estremi. ouero
Cadente linea è quella, che fra gli estremi
di un'altra retta linea si tira.

Suttesa retta linea io chiamo quella, che
fra gli

fra gli estremi dall'altra è tocca, o
di fra gli estremi di cui, l'altra è ti
rata.

E di queste gli antichi, niuna contemplatio
ne separatamente fecero.

PROPOS. I.

Se una retta linea cadente, toccherà un'al
tra retta linea suttesa fra gli
estremi, due parti di essa fa.

DEMOSTR.

Perche se due parti di essa non facesse, in
uno de gli estremi la toccherebbe, o non
la toccherebbe.

Ma p lo supposto, ella la tocca fra gli estre
mi.

Adunque se una retta linea cadente toc
cherà un'altra retta linea suttesa fra
gli estremi due parti di essa fa.

PROPOS. II.

La retta linea cadente, perche toccando
un'altra retta linea suttesa fra
gli estremi, due parti di essa
fa, quel

fa, quelle due parti, pur sono linee rette.

DEMOSTR.

Perche se linee rette elle non fossero, ne anche la suttesa retta linea sarebbe.

Ma per lo supposto ella è retta linea, e già dimostrato si è, che le parti della retta linea, sono rette linee.

Adunque la retta linea cadente, perche toccando un'altra retta linea suttesa due parti di essa fa quelle due parti, pur sono rette linee.

PROPOS. III.

La retta linea cadente, perche toccando fra gli estremi della suttesa, due parti di essa fa, che rette linee sono, l'una sarà di quà, e l'altra di là della cadente.

DEMOSTR.

Perche se l'una di quà, e l'altra di là non fosse, in due parti, che linee rette fossero, diuisa non l'haurebbe.

Ma

Ma dimostrato per la precedente si è, ch'el la in due parti, che rette linee sono la diuide

Adunque la linea cadente, perche toccando fra gli estremi la suttesa, due parti di essa fa che rette linee sono, l'una sarà di qua, e l'altra di là della cadente.

PROPOS. IIII.

La linea cadente, perche in due parti che rette linee sono diuide la suttesa che l'una è di quà, e l'altra di là di essa, fra se e le due parti, due angoli fa, l'uno di qua, e l'altro di là.

DEMOSTR.

Perche se due angoli, l'uno di quà, e l'altro di là non facesse, le parti linee, della suttesa, non farebbono l'una di qua e l'altra di là.

Ma dimostrato per la precedente si è, che le due parti, l'una di quà, e l'altra di là

V sono

sono. e già si dimostro che fra due linee al toccamento loro angolo si fa.

Adunque la linea cadente, perche in due parti rette linee diuide la suttesa l'una di qua, e l'altra di là fra se e le due parti, due angoli farà, l'uno di qua e l'altro di là.

PROPOS. V.

La linea cadente, perche fra se e le due parti della suttesa, due angoli fa l'uno di qua, e l'altro di là que gl'angoli faranno, o retti, o acuti, o ottusi.

DEMOSTR.

Perche se quegli angoli, non fossero, ne retti, ne acuti, ne ottusi, niuno angolo farebbono. Perche non piu di queste tre spezie angoli si truoua.

Ma dimostrato per la precedente si è, che due angoli si fanno.

Adunque la linea cadente, perche fra se e le due parti della suttesa due angoli fa l'uno,

l'uno, di qua e l'altro di là, quegli angoli faranno, o retti, o acuti, o ottusi.

PROPOS. VI.

La linea cadente, perche fra se, e le due parti della suttesa due angoli fa, che sono, o retti, o acuti, o ottusi, ella può essere cadente, a piombo, o perpendicolo, o nō a piombo su la suttesa.

DEMOSTR.

Perche s'ella non potesse essere cadente, o a piombo, o non a piombo, non farebbe fra se, e le due parti della suttesa, due angoli, che fossero, o retti, o acuti, o ottusi.

Ma dimostrato per la precedente si è, che i due angoli sono, o retti, o acuti, o ottusi.

Adunque la linea cadente, perche fra se e le due parti della suttesa due angoli fa, che sono o retti, o acuti, o ottusi ella può essere cadente a piombo, o nō a piombo su la suttesa.

E sia prima a piombo.

PROPOS. VII.

La linea cadente, se sarà cadente a piombo su la suttesa, le due parti della suttesa, faranno anche a piombo alla cadente.



DEMOSTR.

Perche se le due parti della suttesa non fossero anche a piombo alla cadente, ne anche ella sarebbe loro a piombo,

Ma per lo supposto, la cadente è loro a piombo, e già mostrato si è, che se l'una linea è a piombo ad altra, anche questa è a piombo a quella.

Adunque la linea cadente, se sarà cadente su la suttesa, le due parti della suttesa, faranno anche a piombo alla cadente.

PROPOS. VIII.

La linea cadente, pche e alle due parti della suttesa a piombo, ed elle sono a piombo a lei, e due angoli fra lor cōpresi, faranno angoli retti.



DE.

DEMOSTR.

Perche se i due angoli fra lor compresi, non fosser retti ne anche le linee, sarien tra loro a piombo.

Ma dimostrato per la precedente si è, che le linee sono tra loro a piombo, Adunque i due angoli compresi fra tre linee a piombo sono retti.

PROPOS. IX.

CONVERSA

E se i due angoli fra tre linee compresi sono retti, anche le tre linee sono tra loro a piombo.

COROLLARIO.

Elor seguirāno tutte le proprietà dimostrate a dietro, così delle linee ppēdicolari, o a piombo, come degli angoli retti

PROPOS. X.

La linea cadente se non è a piombo i due angoli, fra se e le due parti della suttesa, compresi, non sono retti.



DE.

DEMOSTR.

Perche se retti fossero, le linee tra loro sarieno a piombo.

Ma per lo supposto elle non sono a piombo.

Adunque i due angoli fra lor cōpresi, non sono retti.

PROPOS. XI.

La linea cadente, non a piombo, perche fa i due angoli fra se e le due parti della suttesa non retti, ella all'una delle parti inclina, e dall'altra rifugge.

DEMOSTR.

Perche se all'una delle due parti non inclinasse, e dall'altra non rifuggisse, ella farebbe gli angoli retti, e sarebbe a piombo.

Ma dimostrato per la precedente si è che gli angoli non sono retti, ne ella a piombo.

Adunque la linea cadente non ha piombo perche fa i due angoli, fra se e le due parti della suttesa, non retti ella all'una delle parti inclina e dall'altra rifugge.

PRO.

PROPOS. XII.

La linea cadente non a piombo sulla suttesa, perche all'una parte inclina, ui fa angolo acuto, e dall'altra, onde rifugge fa l'angolo ottuso.

DEMOSTR.

Perche se onde rifugge angolo ottuso, e oue inclina angolo acuto non facesse, ne essa inclinerebbe ne rifuggirebbe, e gli angoli due sarieno retti.

Ma dimostrato per la precedente si è, che ella ad una parte inclina e dall'altra rifugge, e per la XI. che gli angoli non sono retti. e già si dimostrò che le inclinanti fa ceano l'angolo acuto, e la rifuggente angolo ottuso.

Adunque la linea cadente alla parte oue inclina, fa angolo acuto, e dalla parte onde rifugge fa angolo ottuso.

PROPOS. XIII.

La linea cadente, perche alla parte oue incli-



inclina, fa angolo acuto, e alla parte onde rifugge fa angolo ottuso l'acuto minore del retto, e l'ottuso maggior del retto faranno.

DEMOSTR.

Perche se l'acuto minore non fſſe del retto. e l'ottuso maggior del retto, ne quello acuto, ne quello ottuso ſarieno.

Ma dimoſtrato per la precedente s'è, che l'uno è acuto, e l'altro ottuso, e già ſi dimoſtrò che ogni acuto, minore & ogni ottuso maggiore erano d'ogni retto.

Adunque la linea cadente alla parte oue inclina ſu la ſutteſa angolo acuto facendo il fa minor di un retto; e alla parte, onde rifugge angolo ottuso facendo il fa maggior di un retto.

PROPOS. XIII.

La linea cadente non a piombo ſu la ſutteſa perche l'angolo oue inclina fa acuto e minor di un



retto



retto & onde rifugge il fa ottuso maggior di un retto trābedue preſi inſieme ſono a due retti uguali.

DEMOSTR.

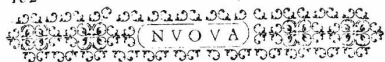
Perche ſe trambe due preſi inſieme nõ foſſero a due retti non foſſero, la medeſima cadente non potrebbe, e a piombo, e non a piombo ſul medeſimo punto cader della ſutteſa.

Ma per li ſuppoſti, puo e a piombo, e non a piombo cader ſu la ſutteſa, e a piombo due angoli retti fa, e non a piombo, un minore, e un maggiore di un retto fa.

Adunque la medeſima cadente perche a piombo due angoli retti fa, non a piombo, due angoli ſara un minore & un maggior d'un retto, e trābedue preſi inſieme, a due retti, uguali.

E queſta e. parte della XIII. d'Euclide.

IL FINE.



GEOMETRIA DI FRANCESCO PATRICI.

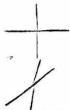


Delle rette Linee interse-
cantisi.

LIBRO XII.



LINEE rette intersecantisi
sono quelle che si
toccano fra i loro
estremi.



Di queste, gli antichi Geometri Talete
prima, ed Euclide poi non più ch'una, cō-
templazione fecero.

PRO-

LIBRO DVODECIMO. 163

PROPOS I.

Due rette linee intersecantisi da un sol
punto del toccamento quat-
tro parti di se fanno che quat-
tro rette linee rimangono.



DEMOSTR.

Perche se al toccamento quattro parti di
se non facessero, fra gli estremi loro non
si toccherebbono.

Ma per la lor diffinitione elle fra gli estre-
mi lor si toccano.

Adunque due rette linee intersecantisi per-
che fra gli estremi lor si toccano dal toc-
camento, quattro parti di se fanno, che
quattro rette linee rimangono.

PROPOS II.

Due rette linee intersecantisi, perche dal
toccamento, quattro parti di se
fanno che rette linee rimangono
quanto due di esse, saran tra loro
o perpendicolari, o clinanti, o ri-
fuggenti, tãto saranno l'altre due.



X 2 DE-

DEMOSTR.

Perche se cosi non fossero rette linee non rimarebbono.

Ma dimostrato per la precedente si è, ch'el le rette linee rimangono.

Adunque due rette linee intersecantisi perche dal toccamento, quattro parti di se fanno, che rette linee rimangono quanto due di esse saran tra loro operpendicolari, o inclinanti, o rifuggenti, tanto faranno l'altre due.

PROPOS. III.

Due rette linee intersecantisi, perche quattro parti di se fanno, che quattro rette linee rimangono, o perpendicolari, o inclinanti, o rifuggenti a due a due, quattro angoli fra lor comprendono.



DEMOSTR.

Perche se quattro angoli fra loro non facessero, alle quattro linee rette non sarebbe

bono

bono, ne perpendicolari, ne inclinanti, ne rifuggenti.

Ma dimostrato per la precedente si è, che quattro rette linee sono, o perpendicolari, o inclinanti, o rifuggenti.

Adunque due rette linee intersecantisi, perche quattro parti di se fanno che quattro rette linee rimangono o perpendicolari, o inclinanti, o rifuggenti, a due a due; quattro angoli fra lor comprendono.

Diciam prima delle perpendicolari.

PROPOS. IIII.

Due rette linee a piombo intersecantisi, perche quattro angoli comprendono, tutti e quattro faranno retti.



DEMOSTR.

Perche se tutti e quattro retti non fossero, da linee a piombo intersecantisi non farebbon fatti.

Ma per lo supposto, da linee a piombo intersecantisi, sono fatti.

Adun-

Adunque due rette linee, a piombo intersecantisi, perche quattro angoli cōprendono, tutti e quattro saranno retti.

PROPOS. V.

Due rette linee, a piombo intersecantisi
perche quattro angoli tutti
e quattro retti fanno, tutti e
quattro saranno l'uno all'al-
tro uguali.



DEMOSTR.

Perche se tutti e quattro non fossero l'uno a l'altro uguali, ne anche tutti e quattro, retti sarebbono.

Ma dimostrato per la precedente si è, che tutti e quattro sono retti;

Adunque due rette linee a piombo intersecantisi, perche quattro angoli retti fanno, tutti e quattro saranno l'uno all'altro uguali.

PROPOS. VI.

Due rette linee a piombo intersecantisi,
perche fanno quattro angoli l'uno al-
l'al-

l'altro vguali, i due conseguenti faranno anche tra loro vguali.

Conseguenti angoli chiamo, i due che sono sopra la suttesa o sotto

DEMOSTR.

Perche se i due conseguenti non fossero tra loro vguali, ne anche tutti e quattro sarebbono l'uno all'altro uguali.

Ma dimostrato per la precedente si è che tutti e quattro sono l'uno all'altro uguali. Adunque due rette linee a piombo intersecantisi, perche fanno quattro angoli l'uno all'altro uguali, i due conseguenti faranno anche tra loro uguali.

PROPOS. VII.

Due rette linee a piombo intersecantisi
perche fanno i quattro angoli l'uno all'altro uguali, anche i due contraposti, sono tra loro uguali.



Angoli contraposti chiamo quelli, che l'uno è sopra e l'altro sotto alla suttesa, am-

fa, ambedue da un lato.

DEMOSTR.

Perche se i due contraposti non fossero tra loro uguali, ne ancho tutti e quattro farebbono l'uno all'altro uguali.

Ma dimostrato si è, che tutti e quattro sono l'uno all'altro uguali.

Adunque due rette linee a piombo interfecantisi, perche tutti e quattro gli angoli fanno l'uno all'altro uguali, anche i due contraposti, faranno fra loro uguali.

PROPOS. VIII.

Due rette linee a piombo interfecantisi perche fanno quattro angoli l'uno a l'altro uguali anche i due coalterni faranno tra loro uguali.



Angoli coalterni sono quelli, che anche gli antichi così chiamarono che sono l'uno di sopra l'altro di sotto della suttesa, non dal medesimo lato ambe due.



DE

DEMOSTR.

Perche se i coalterni non fossero tra loro uguali, ne anche i quattro angoli farebbono l'uno all'altro uguali.

Ma dimostrato si è, che l'uno all'altro i quattro sono uguali.

Adunque due rette linee a piombo interfecantisi, perche fanno quattro angoli l'uno all'altro uguali, anche i due coalterni faranno fra loro uguali.

PROPOS. IX.

Due rette linee, non a piombo ma per obliquo interfecantisi, tanto a due lati faranno inclinanti quanto da gli altri due faranno rifuggenti.



DEMOSTR.

Perche se a due lati non inclinassero, da gli altri due non rifuggissero, elle si interfecariano a piombo.

Ma per lo supposto elle non a piombo si interfecano, ma per obliquo.

Y

Adun

Adunque due rette linee non a piombo ma per oblico intersecantisi, tanto a due lati saranno inclinati, quanto da gli altri due saranno rifuggenti.

PROPOS. X.

Due rette linee per oblico intersecantisi, quattro angoli fra se comprendono.



DEMOSTR.

Perche se quattro angoli fra se non cōprendessero, ne anche si intersechericno.

Ma per lo supposto elle si intersecano.

Adunque due rette linee, per oblico intersecantisi, quattro angoli fra se cōprendono.

PROPOS. XI.

Due rette linee per oblico intersecantisi perche non a piombo si intersecano, quattro angoli, non retti, ma a quattro retti uguali fanno.

DEMOSTR.

Perche se a quattro retti uguali non gli facessero, ne anco la cadete oblica sopra la
sut-

suttesa due angoli, a due retti uguali, non farebbe.

Ma dimostrato già si è, che la cadente oblica sopra la suttesa due angoli, a due retti uguali fa, e questi sono due tanti e della stessa specie.

Adunque due rette linee per oblico intersecantisi, perche non a piombo s'intersecano quattro non retti, ma a quattro retti uguali fanno.

PROPOS. XII.

Due rette linee per oblico intersecantisi perche quattro angoli a quattro retti uguali fanno, due di essi faranno acuti, e due ottusi.



DEMOSTR.

Perche se i due acuti, e due ottusi non fossero, ne a quattro retti uguali, ne due inclinati, e due rifuggenti le linee farebbono!

Ma dimostrato si è per la precedete che uguali a quattro retti sono, e già che due erano le inclinati, e due le rifuggenti linee.

Adunque due rette linee per obliquo intersecantisi, perche quattro angoli, a quattro retti uguali fanno due saranno acuti, e due ottusi.

PROPOS. XIII.

Due rette linee, per obliquo intersecantisi

 Perche due angoli acuti, e due ottusi fanno, i conseguenti, uno acuto, e un ottuso sono.

DEMOSTR.

Perche se i conseguenti uno acuto, e uno ottuso non fossero ne anche due acuti, e due ottusi quelle linee farebbono.

Ma dimostrato per la precedente si è, che due acuti a due ottusi elle fanno.

Adunque due rette linee per obliquo intersecantisi, perche due angoli acuti, e due ottusi fanno, i conseguenti, uno acuto, e uno ottuso sono.

PROPOS. XIII.

Due rette linee per obliquo intersecantisi
 perche



perche fanno i conseguenti uno acuto, e uno ottuso, anche i contraposti, uno acuto, et uno ottuso sono.

DEMOSTR.

Perche se i contraposti uno acuto, e uno ottuso non fossero, ne anche i conseguenti, uno acuto, et uno ottuso farebbono.

Ma dimostrato per la precedente si è, che i conseguenti uno acuto, et uno ottuso sono. Adunque due rette linee per obliquo intersecantisi, perche fanno i conseguenti uno acuto, & uno ottuso, anche i contraposti uno acuto, & uno ottuso sono.

PROPOS. XV.

Due rette linee per obliquo intersecantisi
 perche fanno i conseguenti, e i contraposti, uno acuto, & uno ottuso, e questi e quelli sono per se ciascuno a due retti uguali.

DEMOSTR.

Perche se non fossero i conseguenti a due retti

retti uguali, e i contraposti similmente a due retti uguali, e si non sarebbero, uno acuto, e un'ottuso per ciascuno.

Ma dimostrato per le due precedenti si è, che e si sono, uno acuto, e uno ottuso per ciascuno.

Adunque due rette linee per obliquo intersecantisi, perche fanno i conseguenti, e contraposti uno acuto, e uno ottuso, e si sono per se ciascuno a due retti uguali.

PROPOS. XVI.

Due rette linee per obliquo intersecantisi perche fa per se ciascuno, i conseguenti e i contraposti a due retti uguali gli faranno anche fra loro uguali.

DEMOSTR.

Perche se i conseguenti e i contraposti fra loro, non facessero uguali, ne anche ciascuno sarebbe a due retti uguali.

Ma dimostrato per la precedente si è, che e si sono per se ciascuno a due retti uguali.

Adunque due rette linee, per obliquo intersecantisi,

cantisi, perche fa per se ciascuno, i conseguenti, e i contraposti a due retti uguali gli faranno anche fra loro uguali.

PROPOS. XVII.

CHE E' LA XV. DI EVCLIDE.

Due rette linee per obliquo intersecantisi



perche fanno i conseguenti, e i contraposti fra loro uguali, faranno anche i coalterni fra loro uguali.



DEMOSTR.

Perche se i coalterni non fossero fra loro uguali, ne anco i conseguenti, e i contraposti sarienotra loro uguali de quali i coalterni sono parti.

Ma dimostrato per la precedente si è, che i conseguenti, e i contraposti, sono tra loro uguali.

Adunque due rette linee per obliquo intersecantisi, perche fanno i conseguenti, e i contraposti fra loro uguali, faranno anche i coalterni, fra loro uguali che sono loro parti.

PRO-

Due rette linee per oblico interfecantifi
perche fanno i coalterni fra
loro uguali faranno anche, i
coalterni acuti fra loro ugua-
li, ma di due retti minori.



DEMOSTR.

Perche se i coalterni acuti non fossero fra
loro uguali, ma di due retti minori: ne
anche i coalterni sarebbono tra loro
uguali, ne ogni angolo acuto minore di
ogni retto.

Ma dimostrato si é per la precedente, che i
coalterni sono fra loro uguali, e già si di-
mostrò, che ogni acuto era minore d'ogni
retto.

Adunque due rette linee per oblico interse-
cantifi, perche fanno i coalterni fra loro
uguali faranno anche i coalterni acuti
fra loro uguali, ma minori di due retti.

PROPOS. XIX.

Due rette linee, per oblico interfecantifi
perche

perche fanno i coalterni acu-
ti fra loro uguali, ma minori
di due retti, faranno anche i
coalterni ottusi fra loro ugua-
li, e maggiori di due retti.



DEMOSTR.

Perche se i coalterni ottusi non fossero fra
loro uguali, e maggiori di due retti, ne
anche i coalterni acuti sarieno tra loro
uguali, e minori di due retti.

Ma dimostrato per la precedente si è che i
coalterni acuti sono tra loro uguali, e mi-
nori di due retti. è per la XVI. che i co-
alterni sono tra loro uguali: e già si dimo-
strò, che ogni ottuso era d'ogni retto mag-
giore.

Adunque due rette linee per oblico interse-
cantifi perche fanno i coalterni acuti fra
loro uguali, ma minori di due retti, fa-
ranno anche i coalterni ottusi fra loro
uguali, ma maggiori di due retti.

RISOLVZIONE

Due ottusi coalterni sono fra loro uguali, e maggiori di due retti.

E ciò perche i coalterni acuti sono fra loro uguali, ma minori di due retti.

E ciò perche i coalterni sono fra loro uguali.

E ciò perche i conseguenti, e i contraposti sono fra loro uguali.

E ciò perche ciascuno di essi per se, sono a due retti uguali.

E ciò perche i contraposti sono uno acuto, e l'altro ottuso.

E ciò perche anco i conseguenti sono uno acuto, e l'altro ottuso.

E ciò perche di quattro obliqui, due sono acuti, e due ottusi.

E ciò perche i detti quattro obliqui, retti non sono, ma a quattro retti uguali.

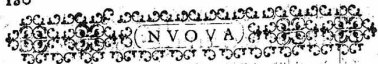
E ciò perche le linee interfecantisi a due lati inclinâti, e da due rifuggenti sono.

Delle

Delle due rette linee a piombo interfecantisi, e i coalterni, e i contraposti, ei conseguenti, tutti sono fra loro uguali

IL FINE.





GEOMETRIA

DI FRANCESCO

PATRICI.



D'una retta Linea, due rette
Linee Parallele intersecate.
LIBRO XIII.



*N*A retta linea, che due
altre rette linee in
tersecchi, o è a piom-
bo ad ambedue, o
ad ambedue; obli-
ca, o ad una obli-
ca, all'altra a piombo.

Le due



LIBRO DECIMOTERZO. 181



Le due rette linee, da un'al-
tra retta linea interseca-
te, o sono parallele, o in-
clinanti.

Diciam prima delle parallele intersecate,
delle quali gli antichi, alcune contem-
plazione fecero.

PROPOS. I.

Se una retta linea, due altre rette linee in-
terseca, intorno alla interse-
zione di ambedue, otto angoli
farà.



DEMOSTR.

Perche se otto angoli intorno all'intersezio-
ne di ambedue non facesse, ne anche in-
torno alla intersezione di una, quattro
angoli non si farebbono.

Ma dimostrato già si è, che intorno alla in-
tersezione di una quattro angoli si fanno
Adunque perche una retta linea, due altre
rette linee interseca, intorno alla interse-
zione di ambe due, otto angoli si faranno.

PRO-

182 DELLA GEOMETRIA
PROPOS. II.

Vna retta linea, due rettelinee parallele
interfecante, se ella è lo-
ro a piombo, tutti gli otto
angoli saranno retti.



DEMOSTR.

Perche se tutti gli otto angoli non fosser ret-
ti, da linea a piombo non sarebbon fatti.
Ma per lo supposto da linea a piombo sono
fatti: e già dimostrato si é, che le linee a
piombo sempre fanno angoli retti.

Adunque vna retta linea, due rette linee
parallele intersecante, se ella e loro a
piombo, tutti gli otto angoli saranno retti.

CORRELARIO.

E tutte le condizioni, e qualità che delle
linee a piombo, o perpendicolari, e de
gli angoli retti, si sono dimostrate, lor
conseguiranno, come è che tutti sieno
tra loro vguali, e i coalterni, e i conse-
guenti, e i contraposti, & l'altre tutte
proprietà loro.

PRO

LIBRO DECIMOTERZO. 183

PROPOS. III.

Vna retta linea, non perpendicolare, due
rette linee parallele interse-
canti niuno de gli otto angoli
li fara retto.



DEMOSTR.

Perche, se alcuno retto ne facesse, la inter-
secante faria perpendicolare.

Ma per lo supposto, ella non è perpendicolare.

Adunque vna retta linea, non perpendi-
colare, due rette linee parallele interse-
canti, niuno de gli otto angoli farà retto.

PROPOS. IIII.

Vna retta linea, per oblico due rette linee
parallele intersecate, perche niuno
de gli otto angoli fa retto, tutti ot-
to ad otto retti gli fara vguali.

DEMOSTR.

Perche se ad otto retti non gli facesse ugua-
li, anco nella intersezione di una retta,
quattro non ne farebbe a quattro retti
vguali.

Ma di

Ma dimostrato già si è, che quattro ne fa a quattro retti uguali.

Adunque una retta a linea per oblico due rette linee parallele intersecante, perche niuno de gli otto angoli fa retto, tutti otto ad otto retti gli farà uguali.

PROPOS. V.

Vna retta linea per oblico due rette linee parallele intersecante, perche otto angoli fa ad otto retti uguali, quattro di essi sono acuti, e quattro ottusi. due intrinseci fra le parallele, e due a loro estrinseci.



DEMOSTR.

Perche se quattro acuti, e quattro ottusi non fossero, anche gli otto ad otto retti non sarieno uguali,

Ma dimostrato per la precedente si è, che gli otto, sono ad otto retti uguali.

Adunque vna retta linea, per oblico due
rette

rette linee parallele intersecante; perche otto angoli fa, ad otto retti uguali, quattro di essi sono acuti, e quattro ottusi, due di dentro, e due di fuora.

PROPOS. VI.

Vna retta linea per oblico due rette linee parallele intersecante, perche fa quattro angoli acuti e, quattro ottusi; due di sopra e due di dentro, fa i conseguenti, due acuti, e due ottusi dentro e di fuora.



DEMOSTR.

Perche se due acuti e due ottusi i conseguenti non fossero, ne anche farebbe quattro acuti, e quattro ottusi, due di dentro, e due di fuora.

Ma dimostrato per la precedente si è, che quattro acuti, e quattro ottusi fa, due di dentro, e due di fuora.

Adunque vna retta linea per oblico, due rette linee parallele intersecante, perche quattro acuti, e quattro ottusi fa due di

A a dentro

dentro e due di fuori, fa anche i conseguenti due acuti, e due ottusi dentro e di fuori.

PROPOS. VII.

Vna retta linea per oblico due rette parallele intersecante, perche fa i cōseguenti due acuti, e due ottusi dentro e di fuori fara anco i contraposti due acuti e due ottusi.

DEMOSTR.

Perche se i contraposti non facesse due acuti, e due ottusi, ne anche i conseguenti due acuti, e due ottusi sarebbono.

Ma dimostrato per la precedente si è, che i conseguenti, due acuti, e due ottusi sono.

Adunque una retta linea per oblico due rette linee parallele intersecante perche fa gli angoli cōseguenti due acuti, e due ottusi, fa anco i contraposti due acuti e due ottusi.

PRO-

PROPOS. VIII.

Vna retta linea, per oblico due rette linee parallele intersecante, perche fa gli angoli conseguenti, e contraposti due acuti, e due ottusi, fa ch'essi sono per se ciascuno, a quattro retti uguali.



DEMOSTR.

Perche se per se ciascuno, a quattro retti non fossero uguali, essi ne anche sarebbono, due acuti, e due ottusi per ciascuno.

Ma dimostrato per le due precedenti si è, ch'essi sono due acuti, e due ottusi per ciascuno.

Adunque una retta linea per oblico due rette linee parallele intersecante, perche fa gli angoli conseguenti, e i contraposti due acuti, e due ottusi, fa ch'essi sono per se ciascuno a quattro retti uguali.

PROPOS. IX.

Vna retta linea, per oblico due rette li-



nec parallele interfecante, perche fa gli angoli conseguenti, e i contraposti, per se ciascuno a quattro retti uguali, gli farà anche tra loro uguali.

DEMOSTR.

Perche se anche fra loro non gli facesse uguali, ne anche a quattro retti, sarebbono uguali.

Ma dimostrato per la precedente si è, ch'essi sono per se ciascuno a quattro retti uguali.

Adunque una retta linea per oblico due rette linee parallele interfecante, perche fa gli angoli conseguenti, e i contraposti per se ciascuno, a quattro retti uguali, gli farà anche fra loro uguali.

PROPOS. X.



Vna retta linea per oblico due rette linee parallele interfecante, perche fa i conseguenti



guenti e contraposti angoli fra loro uguali, farà anche i coalterni fra loro uguali.

DEMOSTR.

Perche se i coalterni non facesse fra loro uguali, ne anco i conseguenti, ne i contraposti sarieno tra loro uguali, de quali i coalterni sono parti.

Ma dimostrato per la precedente si è, che i conseguenti, e i contraposti sono fra loro uguali.

Adunque una retta linea per oblico due rette linee parallele interfecate, perche fa i conseguenti, e i contraposti fra loro uguali, farà anche i coalterni fra loro uguali.

PROPOS. XI.

Vna retta linea per oblico due rette linee parallele interfecate, perche fa i coalterni fra loro uguali, farà anche i coalterni acuti fra loro uguali, ma di quattro retti minori.

DE-

DEMOSTR.

Perche se i coalterni acuti non fossero tra loro uguali, e di quattro retti minori, ne anco i coalterni sarieno tra loro uguali ne ogni angolo acuto, minore d'ogni retto. Ma dimostrato per la precedente si è, che i coalterni sono fra loro uguali. e già si dimostrò ch'ogni acuto angolo minore era di ogni retto:

Adunque una retta linea, per obliquo due rette linee parallele intersecante, perche fa i coalterni fra loro uguali, farà anche i coalterni acuti fra loro uguali, ma di quattro retti minori.

PROPOS. XII.

Vna retta, linea per obliquo due rette linee parallele intersecate, perche fa i coalterni acuti fra loro uguali, ma di quattro retti minori, farà anche i coalterni ottusi fra loro uguali, e di quattro retti maggiori.



DEMOSTR.

Perche se i coalterni ottusi non facesse fra loro uguali, e di quattro retti maggiori, ne anche i coalterni acuti, non sarieno fra loro uguali, ne di quattro retti minori.

Ma per la precedente dimostrato si è, che i coalterni acuti, sono fra loro uguali, e di quattro retti minori:

Adunque una retta linea per obliquo due rette linee parallele intersecante, perche fa i coalterni acuti fra loro uguali, ma di quattro retti minori: farà anche i coalterni ottusi fra loro uguali e di quattro retti maggiori.

PROPOS. XIII.

LA 27. DI EUCLIDE.

Vna retta linea per obliquo due rette linee intersecate, perche fa gli angoli coalterni intrinseci tra loro uguali le due rette sono parallele.



D E M O S T R.

Perche se le due rette parallele non fossero, gli angoli intrinseci coalterni, non sarebbono tra loro uguali,

Ma dimostrato per le tre precedēti si é, che gli angoli coalterni sono tra loro uguali.

Adunque una retta linea per oblico due rette linee intersecante, perche fa gli angoli intrinseci coalterni fra loro uguali, le due rette sono parallele.

E questa é la conuersa delle tre antecedente.

P R O P O S. XIII.

LA 28. DI EUCLIDE.

Vna retta linea, per oblico, due rette linee intersecante, se farà un angolo intrinsecò, vguale all' opposto estrinsecò, le due rette sono parallele.



D E M O S T R.

Perche se le due rette non fossero parallele, ne anche un angolo intrinsecò, sarebbe uguale

uguale all' opposto intrinsecò.

Ma dimostrato per la VIII. di questo si é di cui questa è parte, che i contraposti sono tra loro uguali.

Adunque una retta linea per oblico due rette linee intersecante, se farà un angolo intrinsecò, vguale all' opposto estrinsecò, le due rette sono parallele.

P R O P O S. XV.

LA 2. PARTE DELLA DETTA

Vna retta linea per oblico due rette linee intersecate, se fara due angoli posti da una parte, a due retti uguali, le due rette, faranno parallele.



D E M O S T R.

Perche se elle non fossero parallele, ne anche i due angoli posti da una parte, che pur sono contraposti, a due retti uguali non farebbono.

Ma dimostrato per la VIII di questo si é che i contraposti sono a quattro retti u-

B b uguali

guali, de quali questi sono parte.

Adunque una retta linea per oblico due rettelinee intersecante, se fara due angoli posti da una parte a due rettelinee, sono parallele.

PROPOS. XI.

LA 29. DI EVCLIDE, CONVERSA
alle due precedenti.

Vna retta linea per oblico due rettelinee parallele intersecante, se fara i due angoli coalterni tra loro vguali, e l'angolo estrinsecò all'intrinfeco opposto sarà vguale, i due angoli intrinfeci da vn lato posti, a due retti saranno vguali.



DEMOSTR.

Perche se i due angoli intrinfeci da un lato posti, a due retti non fossero vguali, ne anche i quattro contraposti a quattro retti non sarieno vguali.

Ma dimostrato per la VIII. di questo si è che i quattro contraposti (di cui questi due,

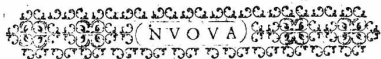
due, sono parte) a quattro retti sono vguali.

Adunque una retta linea per oblico due rettelinee parallele intersecante, perche fa i quattro angoli contraposti a quattro retti vguali, sarà anco due contraposti a due retti vguali.

La resolutione delle nostre XII. si farà apunto nel modo, che si è fatta nel precedente libro. duplicando solamente gli angoli.

J L F I N E





GEOMETRIA DI FRANCESCO PATRICI.



D'una retta Linea, Due rette
linee inclinanti intersecate



*N*A retta linea, che due al-
tre rette linee inclinanti inter-
sechi, può essere ad vna a piom-
bo, e all'altra obliqua, o ad am-
bedue obliqua, delle quali tacquero gli an-
tichi.



*Diciam prima delle due pri-
me, a piombo, e obliqua.*

PRO.

LIBRO DECIMOQUARTO. 197

PROPOS. I.

Vna retta linea, due rette linee inclinanti
intersecante, pche ad vna e obliqua, e al-
l'altra è a piombo, tutte le proprietà lor
seguiranno che delle lor simili si sono a
dietro, delle linee intersecantisi, dimo-

DEMOSTR. (strate.

*Perche se tutte quelle proprietà loro non se-
guissero, ne anche seguirebbono alle in-
tersecanti adietro dimostrate.*

*Ma nel XII. si sono dimostrate le proprie-
tà delle tali linee intersecantisi.*

*Adunque quelle tutte a queste, e oblique, e
a piombo si dimostreranno.*

*Ma queste di proprie condizioni hauran-
no le seguenti.*

PROPOS II.

Vna retta linea, due rette linee inclinate,
l'una a piombo, l'altra obliqua
intersecante fa i due angoli
estrinseci verso l'inclinatio-
ne vno ottuso e l'altro retto.



DE-

DEMOSTR.

Perche se l'uno ottuso, e l'altro retto non fosse, ne la risuggente farebbe angolo ottuso, ne la a piombo retto.

Ma per lo supposto l'una è a piombo, e l'altra all'inclinazione risuggente.

Adunque una retta linea, due rette linee inclinate l'una a piombo, e l'altra obblico intersecate, fa i due angoli estrinseci uerso l'inclinazione l'uno ottuso, e l'altro retto

PROPOS. III.

Vna retta linea, due rette linee inclinate

 l'una a piombo, e l'altra oblico intersecate perche i due angoli estrinseci uerso l'inclinazione fa uno ottuso e l'altro retto, ambedue insieme sono maggiori di due retti

DEMOSTR.

Perche se maggiori di due retti ambedue insieme non fossero, l'ottuso non sarebbe maggior di un retto, ne un retto uguale a un retto.

Ma

Ma dimostrato già si è, ch'ogni ottuso è maggiore d'ogni retto, et ogni retto uguale ad ogni retto.

Adunque un ottuso e un retto, saran maggiori di due retti.

PROPOS. IIIL.

Vna retta linea, due rette linee inclinate l'una a piombo e l'altra oblico intersecante, perche i due angoli estrinseci uerso l'inclinazione fa l'uno ottuso e l'altro retto, & percio ambedue insieme maggiori di due retti, fara i due intrinseci dal medesimo lato vno acuto, e l'altro retto.



DEMOSTR.

Perche se l'uno acuto, e l'altro retto non facesse, ne l'inclinazione farebbe angoli acuti, ne la a piombo retti.

Ma dimostrato già si è l'uno e l'altro.

Adunque una retta linea, due rette linee inclinante l'una a piombo, e l'altra oblico

inter-

intersecate, pche i due angoli estrinseci uerso l'inclinatione fa l'uno ottuso, e l'altro retto, e percio ambedue maggiori di due rette farà i due intrinseci dal medesimo lato, uno acuto e l'altro retto.

PROPOS. V.

Vna retta linea, due rette linee inclinate l'una a piombo, e l'altra oblico, intersecante, perche fa i due angoli intrinseci uerso l'inclinazione, l'uno acuto, e l'altro retto, ambedue insieme presi sono minori di due retti.



DEMOSTR.

Perche se minori non fossero di due retti, l'acuto non sarebbe minor di un retto, ne un retto uguale a un retto.

Ma dimostrato già si è, che ogni acuto è minore di ogni retto e ogni retto uguale ad ogni retto.

Adunque un angolo acuto, e un retto saranno, ambedue presi, minori di due retti.

P R O-

PROPOS. VI.

Vna retta linea, due rette linee inclinate intersecante l'una a piombo, e l'altra oblico, perche fa i due angoli intrinseci uerso la inclinazione l'uno acuto, e l'altro retto: farà i due loro conseguenti intrinseci uerso l'apertura l'uno ottuso e l'altro retto. e percio maggiori di due retti.



DEMOSTR.

Perche se l'uno ottuso e l'altro retto non fossero, i conseguenti obliqui l'uno acuto, e l'altro ottuso non sarebbero, ne l'ottuso maggior di un retto, ne il retto uguale al retto.

Ma dimostrato già si è, tutto cio esser uero. Adunque vna retta linea, due rette linee inclinate l'una a piombo, e l'altra obliqua, intersecante, perche fa i due angoli intrinseci uerso la inclinazione l'uno acuto, e l'altro retto; farà i due loro conseguenti intrinseci uerso l'apertura l'uno ottu-

so, e

so, e l'altro retto, & perciò maggiori di due retti.

PROPOS. VII.

Vna retta linea, due rette linee inclinate l'una a piombo, e l'altra obli-
co intersecate, perche fa i due
angoli intrinseci conseguenti
uerso l'apertura l'uno ottuso,
e l'altro retto, e perciò mag-
giori di due retti, farà anche
gli estrinseci loro cōtraposti l'uno a-
cuto e l'altro retto, e perciò minori di
due retti.



D E M O S T R.

Perche se l'uno acuto non fosse, e l'altro
retto, i contraposti obliqui non farebbono
l'uno acuto e l'altro ottuso. ne retti i retti
Ma cio gia si è dimostrato esser uero.

Adunque vna retta linea, due rette linee
inclinate l'una a piombo e l'altra oblica
intersecate perche fa i due angoli intrin-
seci conseguenti versol'apertura, l'uno

ottuso

ottuso e l'altro retto, e perciò maggiori
di due retti: farà anche gli estrinseci loro
contraposti l'uno acuto, e l'altro retto, e
percio minori di due retti.

PROPOS. VIII.

Vna retta linea due rette linee inclinate,
ambedue per obliquo intersecā
te i due angoli intrinseci uer-
so l'inclinazione fa sempre a-
cuti, & perciò minori di due retti,



D E M O S T R.

Perche se ambedue acuti non fossero la in-
clinazione non farebbe angoli acuti.

Ma dimostratogià si è, che l'inclinazione
delle linee fa angoli acuti.

Adunque una retta linea, due rette linee
inclinate, ambedue per obliquo intersecā-
te, i due angoli intrinseci uersol'inclina-
zione fa sempre acuti, & perciò mino-
ri di due retti, perche ogni acuto e mino-
re di ogni retto.

PROPOS. IX.

Vna retta linea, due rette linee inclinate,

 ambedue per obliquo intersecante, perche fa i due angoli intrinseci verso l'inclinazione sempre acuti, e minori di due retti farà anche i due estrinseci loro contraposti sempre ottusi, e perciò maggiori di due retti.

DEMOSTR.

Perche se ambedue gli estrinseci non facesse sempre ottusi, ne anche i due intrinseci farebbe sempre acuti.

Ma dimostrato per la precedente si è che i due intrinseci verso l'inclinazione, sono sempre acuti. farà anche i due estrinseci loro contraposti ottusi, e perciò, maggiori di due retti.

Adunque una retta linea due rette linee inclinate ambedue per obliquo intersecante, perche fa i due angoli intrinseci verso l'inclinazione sempre acuti, e minori di due

di due retti, farà anche i due estrinseci loro contraposti ottusi, e perciò maggiori di due retti.

PROPOS. X.

Vna retta linea, due rette linee inclinate,

 ambedue per obliquo intersecante, perche fa i due angoli estrinseci verso la inclinazione sempre ottusi, farà anche i due intrinseci verso l'appertura, loro coalterni, e ottusi, e con loro eguali, e maggiori di due retti.

DEMOSTR.

Perche se i due intrinseci verso l'apertura, che sono ai due estrinseci detti coalterni, non fossero, e ottusi, e con loro eguali, gli angoli coalterni non sarebbero fra loro uguali.

Ma dimostrato già si è, che gli angoli coalter sono sempre trà loro uguali.

Adunque una retta linea, due rette linee inclinante ambedue per obliquo intersecante,

cante, perche fai due angoli estrinseci verso l'inclinazione sempre ottusi, farà anche i due intrinseci verso l'apertura, loro coalterni, sempre ottusi e con loro eguali e perciò maggiori di due retti.

PROPOS. XI.

Vna retta linea, due rettelinee inclinate ambedue per obliquo intersecante, perche fa due angoli intrinseci verso l'apertura sempre ottusi, e perciò maggiori di due retti fa anche i due estrinseci loro contraposti sempre acuti, e perciò minori di due retti.

DEMOSTR.

Perche se sempre acuti non gli facesse, i contraposti, non sarebbono l'uno acuto, e l'altro ottuso.

Ma dimostrato già si è, che i due angoli contraposti l'uno è acuto, e l'altro ottuso, e qui ambo gli intrinseci verso l'apertura si sono dimostrati ottusi.

Adun-

Adunque una retta linea, due rette linee inclinate, ambedue per obliquo intersecante, perche fai due angoli intrinseci verso l'apertura sempre ottusi e perciò maggiori di due retti, farà anche i due estrinseci loro contraposti, sempre acuti, e perciò minori di due retti.

PROPOS. XII.

Vna retta linea, due rette linee inclinate ambedue per obliquo intersecante perche fai quattro angoli acuti due intrinseci, e due estrinseci minori di quattro retti, e i quattro ottusi due estrinseci e due intrinseci maggiori di quattro retti; niuno di loro farà retto, ma tutti otto insieme presi, faranno uguali ad otto retti.

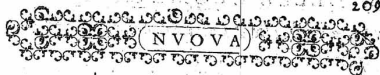
DEMOSTR.

Perche se tutti otto, insieme presi, uguali non fossero ad otto retti, ne i quattro acuti sarieno minori di quattro retti, ne i quattro

*quattro ottusi maggiori di due retti,
Ma ciò per le precedenti dimostrato si é.
Adunque una retta linea, due rette linee,
ambedue per oblico intersecante, perche
fa i quattro angoli acuti minori di quat-
tro retti, e i quattro ottusi maggiori di
quattro retti, niuno di loro sarà retto,
ma tutti otto insieme presi, faranno
uguali ad otto retti.*

*Per le dimostrazioni, che per cagione della
diuersità della intersezione à piombo, e
oblica, non sono potute venir fatte conti-
nuate; ne anche la risoluzion loro verso
i principi non si può far continuata.*

J L FINE.



GEOMETRIA DI FRANCESCO

PATRICI.



De' Triangoli Rettilinei.

LIBRO XV.



CONDOTTO a fine il
trattamento de tre principi,
della nostra Geometria, Pun-
ti, linee, & Angoli; e di tut-
te quelle proprietà loro che da ragione
e dalla lor natura medesima guidati,
habbiamo potuto ritrouare. Segue ora
che ragionamento per noi si tenga, del
principio quarto, che fu la superficie, ouer
figura; la quale gli antichi diffinirono.

Di Figura.

Figura è ciò, che da alcuno, o da alcuni termini è contenuto.

Rettilinee figure sono quelle, che da rette linee sono contenute.

Ma noi diciamo conforme a principi da prima da noi posti.

Superficie, ouer figura, è spazio lungo e largo chiuso.

E ciò, o da linea torta, o torte, o da linee rette, o da rette e torte.

Ma delle torte piu innanzi si hauerà a trattare, e delle composte.

Ora fauelliamo delle figure da rette linee contenute. e perciò, chiamate figure rettilinee.

Nel qual genere, non potendosi figura o spazio, da una, ne da due rette linee formar, ne chiudere; la prima, e piu semplice sarà quella, che da tre linee rette sarà chiusa.

E questa da gli antichi e da noi Triangolo è chiamato. Del quale, csi non po-
che con-

che contemplazioni fecciono.

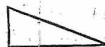
Ma noi, e piu in numero, e piu ordinate, e piu concatenate, ne faremo.

E cominciamo da punti commune principio, e delle linee, e de gli angoli, e delle superficie, e de corpi.

Peroche si come due punti formarono la linea, e i tre punti formarono l'angolo, cosi i tre punti stessi la prima superficie formeranno. E cio facciāci a dimostrare.

PROPOS. I.

*Se tre punti saranno, indisparte, e non per diritto nello spazio segna-
ti, dall'uno all'altro una retta
linea si potrà segnare.*



DEMOSTR.

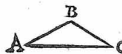
Perche se dall'uno all'altro, retta linea segnare non si potesse, due punti linea non conterrebbero.

Ma dimostrato già fu, che due punti nello spazio posti, e non toccantisi, linea contemiano.

Adunque se tre punti saranno in disparte nello spazio segnati, dall'uno all'altro, retta linea si potrà segnare.

PROPOS. II.

Tre punti in disparte nello spazio segnati, perche dall'uno all'altro, retta linea si può segnare, a ciascuno di essi due rette linee si giugneranno.



DEMOSTR.

Perche se a ciascuno de tre punti, due rette linee non si giugnessero, ne anche una retta linea, dall'uno all'altro si potrebbe segnare.

Ma dimostrato per la precedente si è, che dall'uno all'altro retta linea si può segnare.

Adunque a tre punti, in disparte nello spazio segnati, perche dall'uno all'altro retta linea si può segnare, a ciascuno di essi, due rette linee si giungeranno.

PRO.

Ad ogni vno de tre punti in disparte nello spazio segnati, per che due rette linee si congiungono, fra esse e'l punto vn angolo si forma.



DEMOSTR.

Perche se fra esse, e'l punto, un angolo non si formasse, ne anco ad ogni vno de tre punti, due rette linee si congiungerebano. Ne l'angolo saria lo spazio fra due linee, e'l toccoamento lor compreso.

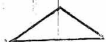
Ma dimostrato per l'antecedente si è, che a ciascuno de tre punti due rette linee si congiungono. e già si dimostrò l'angolo essere lo spazio fra due linee, e'l toccoamento lor compreso.

Adunque perche ad ogni vno de tre punti in disparte nello spazio segnati, due rette linee si congiungono, fra esse e'l punto vn angolo si forma.

PRO

PROPOS. IV.

Ad ogni vno de tre pūti, perche fra esso e le due linee vn angolo si forma, tre angoli in tutto ui si formano



DEMOSTR.

Perche se tre angoli non ui si formassero, ne anche fra ogni punto e le due linee, vn angolo si formerebbe.

Ma dimostrato per la precedente si è, che fra ogni punto, e le due linee vn angolo si forma.

Adunque ad ogni vno de tre punti, perche fra esso, e le due linee, vn angolo si forma: tre angoli fra loro formano.

PROPOS. V.

A tre punti, in disparte nello spazio segna ti, perche ad ogni uno di essi, e le due linee vn angolo si forma, e percio tre angoli si formano da tre linee, a i tre punti congiunte, essi si formano.

DEMOSTR.

Perche se da tre linee, a i tre punti congiun te, i tre

te, i tre angoli non si formassero, ne an co i tre angoli non ui si formerebbono.

Ma dimostrato per la precedente si è, che fra loro, tre angoli si formano.

Adunque da tre pūti in disparte nello spa zio segnati, perche fra ogni vno di es si, e le due linee vn angolo si forma, e e percio tre angoli si formano: da tre li nee, a i tre punti congiunte, essi si for mano.

PROPOS. VI.

A tre punti in disparte nello spazio se gnati, perche da tre linee lor cōgiunte, tre angoli si forma no; fra tre punti, e le tre linee, e i tre an goli, spazio sarà chiufo.



DEMOSTR.

Perche se spazio fra lor non fosse chiufo, ne anche le tre linee, a i tre punti si con giungerebbono, ne tre angoli ui si forme rebbono.

Ma dimostrato per la precedente si è, che le tre linee,

tre linee, a i tre punti si congiungono, e tre angoli formano.

Adunque a tre punti, in disparte nello spazio, segnati, perche da tre linee lor congiunte, tre angoli si formano, fra i tre punti e le tre linee, e i tre angoli spazio sarà chiuso.

PROPOS. VII.

Fra tre punti, e tre linee, e tre angoli, per che spazio è chiuso, esso per le linee farà spazio largo, e però superficie, e figura.

DEMOSTR.

Perche se lo spazio chiuso, non fosse lungo, e largo, ne da tre linee, ne da tre angoli sarebbe chiuso.

Ma dimostrato per la precedente si è, che da tre linee, e da tre angoli è chiuso, e già fu dimostrato, che le linee sono lunghe, e gli angoli lunghi e larghi.

Adunque fra tre punti, e tre linee, e tre angoli, perche spazio è chiuso, esso per le linee sa-

nee sarà spazio lungo; e per gli angoli sarà spazio largo. e però superficie, e figura.

La qual figura o superficie, per li tre angoli ch'ella ha, fu da gli antichi triangolo nominata.

E le tre linee chiudetila, nominarono lati.

PROPOS. VIII.

Ogni triangolo, perche è figura chiusa da tre punti, da tre linee, e da tre angoli, ad ogni lato, vn'angolo ha opposto.

DEMOSTR.

Perche se ad ogni lato, vn'angolo opposto non hauesse, figura chiusa da tre punti, da tre linee, e da tre angoli non sarebbe.

Ma dimostrato per la precedente si è, che il triangolo è figura chiusa da tre punti, da tre linee, e da tre angoli.

Adunque ogni triangolo, perche è figura chiusa da tre punti, e da tre linee, e da tre angoli, ad ogni lato, vn'angolo ha opposto.

PROPOS. IX.

CONVERSA

Ogni triangolo, da tre punti, da tre linee
 e da tre angoli chiuso, perche ad o-
 gni lato, un'angolo ha opposto, eziã
 dio per conuerso, ad ogni angolo,
 ha un lato opposto.

PROPOS. X.

Ogni triângolo, da tre punti, da tre linee, e
 da tre angoli chiuso, pche ad ogni lato
 ha vn'angolo, e ad ogni angolo ha vn
 lato opposto: se hauerà i tre punti l'vn
 da l'altro equidistãti, hauerà ancò i tre
 lati loro opposti tutti tra loro vguali.

DEMOSTR.

Perche se i tre lati opposti a i tre punti a
 quali sono gli angoli, non hauesse vguali,
 ne i tre punti sarieno equidistanti, ne ha-
 ueria ad ogni lato un'angolo, ne ad ogni
 angolo un lato opposto.

Me per lo supposto i tre punti sono equidi-
 stanti, e dimostrato per le precedenti si è,
 che

che ad ogni lato un'angolo, e ad ogni an-
 golo un lato è opposto.
 Adunque il triangolo, che ha i tre punti, a
 quali e i lati si congiungono, e sono gli an-
 goli tutti equidistanti, hauerà anche i
 tre lati loro opposti tutti fra loro vguali.
 E perciò il così fatto triângolo fu detto Equi-
 latero. PROPOS. XI.

CONVERSA

Il triangolo equilatero perche ha i tre la-
 ti vguali, ha anche i tre punti, a i qua-
 li sono gli angoli, tutti equidistanti.

PROPOS. XII.

Il triangolo equilatero perche ha i tre la-
 ti tutti tra loro vguali, hauerà anche i
 tre opposti angoli, che ai tre punti so-
 no tutti tra loro vguali.

DEMOSTR.

Perche se i tre opposti angoli, che a i tre pñ-
 ti sono, nõ fossero tutti fra loro vguali, ne
 anche i tre lati opposti a i tre angoli, che
 a i tre pñti sono, hauerrebbe fra lor vguali.

E e 2 Ma di-

Ma dimostrato per la precedente si è, che il triangolo equilatero ha i tre lati opposti ai tre angoli, tutti tra loro uguali. Adunque il triangolo equilatero perche ha i tre lati, ai tre punti equidistanti opposti tutti tra loro uguali, hauera anche i tre angoli opposti ai tre uguali lati, tra loro uguali.

CORELARIO

Adunque il triangolo equilatero hauerà e i tre punti equidistanti, e i tre lati tra loro uguali; e i tre angoli anche tra loro uguali, e si dirà essere, & equilatero, & equiangolo.

PROPOS. XIII.

Il triangolo equilatero, perche ha ei tre punti equidistanti, e i tre lati uguali, e i tre angoli parimente uguali; quel tringolo, che non i tre, ma i due punti hauerà equidistanti, non sarà equilatero, ma hauerà solo due lati uguali.



DE-

DEMOSTR.

Perche, se hauendo i due punti al terzo equidistanti, non hauesse i due lati uguali: ne anche tre punti equidistanti, arie no tre lati uguali.

Ma dimostrato per la precedete s'è, che i tre pñti equidistanti fanno i tre lati uguali. Adunque il triangolo equilatero, perche ha i tre punti equidistanti, quello che non hauerà i tre, ma i due punti al terzo equidistanti, non sarà equilatero, ma hauerà solo due lati uguali.

E questo tale triangolo, gli antichi nominano isoscele, & equicrure.

PROPOS. XIII.

Il triangolo equicrure, perche ha due lati fra loro uguali, hauerà anco i due angoli loro opposti fra loro uguali.

DEMOSTR.

Perche se i due angoli opposti a i due lati uguali, non hauesse uguali, ne anche i lati loro opposti haueria uguali.

Ma

Ma dimostrato per la precedente si è, ch'egli ha due lati uguali, e per l'antecedente fu dimostrato, che angoli uguali, a lati uguali erano opposti.

Adunque il triangolo equicrure, perche ha due lati tra loro uguali, hauera anco i due angoli loro opposti fra loro uguali.

E questa è la V. di Euclide.

PROPOS. XV.
CONVERSA

Il triangolo che hauera due angoli fra loro uguali, hauera anco i due lati opposti tra loro uguali.

Et è la VI. di Euclide.

PROPOS. XVI.

I triangoli, equilatero, & equicrure perche per la equidistanza de punti sono tali, quel triangolo, che non hauera niuno de punti equidistanti, non hauera ne anche niuno de lati all'altro uguale.



DE -

DEMOSTR.

Perche se hauesse alcun lato all'altro equale, o equicrure sarebbe, o equilatero.

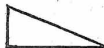
Ma dimostrato per le precedenti si è, che i tali hanno, o i tre, o i due punti equidistanti, e qui niuno è equidistante.

Adunque il triangolo, che niuno de tre punti ha equidistanti, non hauera ne anche niuno de tre lati uguale all'altro.

E questo triangolo da gli antichi fu dimandato Scaleno.

PROPOS. XVII.

Il triangolo Scaleno, perche non ha niuno de tre lati all'altro uguale, non hauera anco niuno de gli angoli loro opposti, all'altro uguale.



DEMOSTR.

Perche se alcun angolo hauesse uguale, anche alcũ lato haurebbe all'altro uguale. Ma per la precedente dimostrato si è, ch'egli non ha niun lato, all'altro uguale.

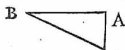
Adun-

Adunque il triangolo Scaleno, perche non ha niuno de tre lati all' altro uguale, nō ha uera ne anco niun angolo all' altro uguale.

E così delle tre spezie del triangolo, niene dimostrato, quello che gli antichi, come principij supposero.

PROPOS. XVIII.

In ogni triangolo, perche à ciascun lato, vn angolo è opposto; al minor lato A il minor angolo B farà opposto.



DEMOSTR.

Perche se il minor lato A, non fosse al minor angolo B, opposto, ne anche i lati uguali, sarebbero a gli angoli uguali, opposti.

Ma dimostrato per le antecedenti si è, che a lati uguali, angoli uguali sono opposti.

Adunque in ogni Triangolo, perche a ciascun lato vn' angolo è opposto, al minor lato, il minor angolo è opposto.

PRO-

PROPOS. XIX.

CONVERSA

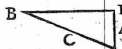
In ogni triangolo oue al minor lato il minor angolo è opposto farà anche per conuerso al minor angolo B il minor lato A, opposto.



PROPOS. XX.

LA 18 DI EUCLIDE IN PARTE.

Ogni triangolo, che ha il minor lato al minor angolo opposto: hauera anco il maggior lato C, al maggior angolo D opposto.



DEMOSTR.

Perche se il maggior lato C, non hauesse al maggior angolo D opposto, ne anche il minor lato A nō hauerebbe al minor angolo B opposto,

Ma dimostrato per la precedente si è, che il minor lato A al minor angolo B è opposto.

Ef Adun-

Adunque ogni triangolo, che ha il minor angolo, al minor lato opposto, hauerà anco, il maggior lato, al maggior angolo opposto.

PROPOS. XXI.

CONVERSA

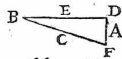
Ogni triangolo, che hauerà il maggior lato al maggior angolo opposto, hauerà ancho al maggior angolo D, il maggior lato A opposto.



Et è questa, la XIX di Euclide.

PROPOS. XXII.

Ogni triangolo, che il minore A el maggiore C lati, ha al minore B, e maggior angoli D opposti, hauerà anco il lato E tra'l minore, e'l maggior mezzano opposto all'angolo F tra'l minore, e'l maggiore, mezzano opposto.



DEMOSTRA.

Perche se così non l'hauesse ne anche haue-
rebbe

rebbe il minore, e'l maggior lati al minore e maggior angoli opposti.

Ma dimostrato per le antecedenti si è, che il minore, e maggior lati, al minore e maggior angoli sono opposti, e per cōuerso Adunque ogni triangolo, che il minor e'l maggior lati, ha al minore, e maggior angoli opposti; hauerà anche il lato, tra'l minore, e'l maggior mezzano, opposto all'angolo tra'l minore, e'l maggiore mezzano,

PROPOS. XXIII.

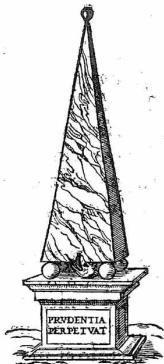
CONVERSA.

Ogni triangolo ch'ha il mezzan lato al mezzano angolo opposto, hauerà anco il mezzano angolo al mezzan lato opposto.

CORELARIO

Dalle cose dimostrate, per necessità consegue, ch'ogni triangolo, ha i lati a gli opposti angoli, e gli angoli a lati opposti, corrispondenti, e proporzionati.

J L FINE.



IN FERRARA,

Appresso Vittorio Baldini,

Stampator Ducale. 1587.

Con licenza dei Superiori.

Errori occorsi nello stampare

O inclinanti sarebbono, ò rifuggenti.

Libro IX. fol. 111. Prop. 6. e fol. 112. Pro. 7.

fol. 113. Prop. 8.



Lib. X. f. 120. nelle tre figure le linee si congiungano.

121. si congiungano anco nella Prop. 2. 3. 5. 7.

10. 11. 12.

128. Prop. 13. così la 14. la 15. la 16. e la 17.

137. Prop. 2. e la 3. pur si cōgiungano

141. Prop. 7.



*Lib. XI. le cadenti, che non toccano le suture
hanno à toccarle.*